

2.6 解析精度の数値検討

面内面外連成型FEMプログラムは、一般に汎用されているものではなく、当研究において開発されたものである。したがって、理論の整合性およびプログラムの精度検討が必要であり、ここでは固有値解析の数値実験結果によりこの検討を行った。

2.6.1 平板モデルでの精度検討

図-2.18に示す平板モデルに関する結果を示す。表-2.3は周辺単純支持の時の結果の比較である。この時の厳密解は、

$$f_{m,n} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \quad (2.80)$$

D : 曲げ剛性 ρ : 密度 h : 板厚

a, b : 辺長 m, n : モード次数

である。FEM解析では、通常の平板曲げ理論による結果、および当研究の面内面外連成FEMプログラム結果を比較した。また、面内面外連成プログラムでは、図-2.19に示すように、平板を1層としたモデルと2層とした場合の結果についても解析した。

まず、1層モデルと2層モデルでは結果に全く差は表れていない。したがって、断面急変板においても、層別による誤差の影響は殆どないと考えて良いといえる。厳密解との比較では、低次のモードでは殆ど差はないが、高次のモードになると数%の誤差がでてきている。これは以下の理由による。平板の中立軸は板の中央に位置するが、平板曲げ理論のFEMでは、解析仮定としてこの条件が設定されている。連成型FEMでは、面内・面外両成分の相対値により中立軸の位置が決定されることになり、前述したように面内の変位関数の次数が面外のそれに較べて低いため、平板を対象とした場合に限り、平板曲げ理論に基づく解析より原則的に精度が低下することになる。また、高次モードになるほど、要素間の相対的なひずみの変化が大きくなるため、その分誤差も大きくなる。これらは基本的に分割数を大きくすることにより解決される。

表-2.4は、周辺完全固定平板の解析結果の比較である。この場合は、理論解としてClassen & Thorneの数値解を用いた。周辺固定の場合も、単純支持板の場合と同様の傾向であるといえるが、誤差は

単純支持の場合より大きくなっている。これは、周辺固定時においては単純支持に較べ板の有効寸法が短くなるため、要素間の面内ひずみの変化率が単純支持に較べ大となり、要素間での中立軸の位置ずれが強調されることになるためである。したがって、周辺固定の場合には、単純支持に較

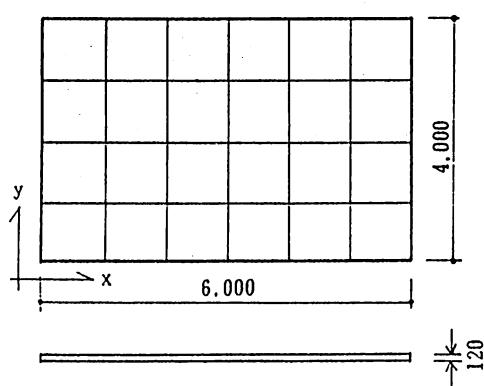


図-2.18 平板の解析モデル

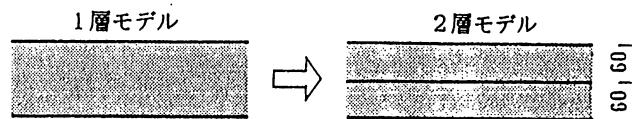


図-2.19 平板の2層モデル化

表-2.3 周辺単純支持板の解析結果比較

次数	薄板厳密解		平板曲げFEM		面内・面外連成FEM			
					1層モデル		2層モデル	
	振動数(Hz)	モード	振動数(Hz)	モード	振動数(Hz)	モード	振動数(Hz)	モード
1	14.6	1.1	14.3	1.1	14.6	1.1	14.6	1.1
2	28.0	2.1	27.1	2.1	28.1	2.1	28.1	2.1
3	44.8	1.2	44.1	1.2	47.4	1.2	47.4	1.2
4	50.4	3.1	48.7	3.1	52.3	3.1	52.3	3.1
5	58.3	2.2	55.3	2.2	59.4	2.2	59.4	2.2
6	80.7	3.2	74.7	3.2	81.1	3.2	81.1	3.2
7	81.8	4.1	79.7	4.1	90.3	4.1	90.3	4.1
8	95.3	1.3	95.5	1.3	111.0	1.3	111.0	1.3
9	108.7	2.3	104.5	2.3	116.3	4.2	116.3	4.2
10	112.1	4.2	107.3	4.2	121.9	2.3	121.9	2.3

表-2.4 周辺固定平板の解析結果比較

次数	数値解*1		平板曲げFEM		面内・面外連成FEM	
	振動数(Hz)	モード	振動数(Hz)	モード	振動数(Hz)	モード
1	27.6	1.1	27.4	1.1	29.7	1.1
2	42.7	2.1	42.0	2.1	45.3	2.1
3	67.6	1.2	66.8	3.1	76.6	3.1
4	68.1	3.1	67.1	1.2	84.2	1.2
5	81.6	2.2	79.7	2.2	95.2	2.2
6	-	-	101.4	4.1	118.1	3.2
7	-	-	101.6	3.2	128.8	4.1
8	-	-	127.6	1.3	161.7	4.2
9	-	-	133.3	2.3	*2	*2
10	-	-	148.0	5.1	*2	*2

*1 by Classen, Thorne³⁷⁾ *2 モード判別不能

べて有効寸法の減少分だけ分割を細かくする必要がある。

面内面外連成プログラムでは、2.5.2章に示したように、面内変位の境界条件は面外変位の回転角に対応して決定される。単純支持辺では、辺方向は面内変位が拘束、その直交方向では自由となり、固定辺では両方向とも面内変位は拘束となる。ところが、これはあくまで単独に存在する板について成立する条件である。現実の構造物における床版の解析では、通常周辺条件が存在する場合が殆どであるが、解析ではこれを単独板に置き換えて解析しているわけである。現実の面内条件の設定は必ずしも上記に従うとは言えない。このモデル化と境界条件の問題は、FEMの最大の問題であり、弱点であると言っても良い。

2.6.2 分割数の変化の影響

平板スラブの解析モデルにおいて、分割数を3段階に変化させた場合の結果を図-2.20に示した。低次のモードでは、分割数がかなり粗い場合でも10%程度の誤差であり、比較的解析精度が確保されている。分割数が多くなるに応じて、解析精度はほぼ指数的に向上しており妥当な結果となっている。

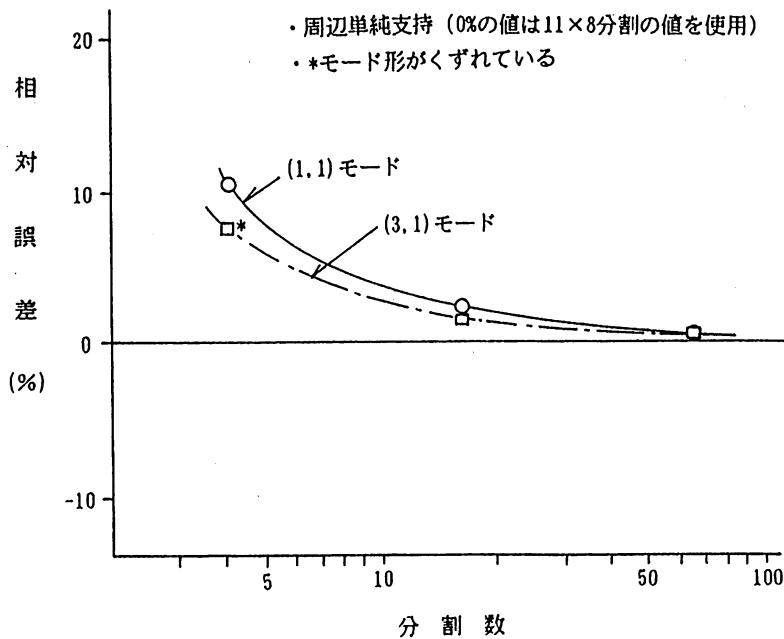


図-2.20 平板モデルにおける要素分割数の変化の影響

2.6.3 小梁付床版モデルでの精度検討

小梁付床版の振動解析に関しては、その厳密解はなく、模型等による実験結果も周辺支持部製作の困難さゆえか殆ど見あたらぬいため、ここでは既往の Rayleigh-Ritz 法による数値解と比較した。図-2.21に示す中央に小梁を1本有する床版モデルに関する結果を示す。Rayleigh-Ritz 法では、図-2.22より(1,1)モードでは $f/f_0 = 2.14$ 、(3,1)モードでは $f/f_0 = 4.11$ となる。比較の結果は表-2.5の通りであり、ほぼ十分な結果が得られていると言える。

このときの連成 FEM による解析結果による振動モードと、そのモードにおける中立軸の分布を図-2.23(a), (b) に示した。小梁方向3次の場合の振動モードは1次モードの場合より小梁の拘束が大き

くなっている。これを中立軸の分布でみると、1次モードは比較的板全体が補剛されているが、3次モードでは梁のみが補剛された形となっており、振動モードと良く対応した結果となっている。一方、小梁方向の中立軸位置は、1次モード、3次モードとも、振動モードの形に係わらず両者ともほぼ同一であり、小梁を通して一定となっている。これらはいずれも小梁付床版の応力ひずみ特性を良く表している。

これらの解析結果は、先に2.2章で示したT梁の理論に基づく静的解析の場合とほぼ同様の結果となっている。値自体には若干の差があるが、これは2.2章の解析では梁部を1軸応力状態と仮定していること、あるいは梁幅と板辺長の寸法比の影響などによるものといえる。

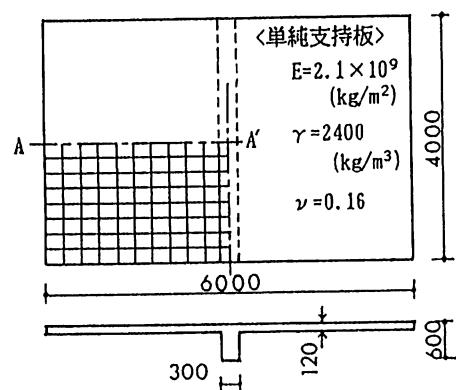


図-2.21 小梁付床版の解析モデル

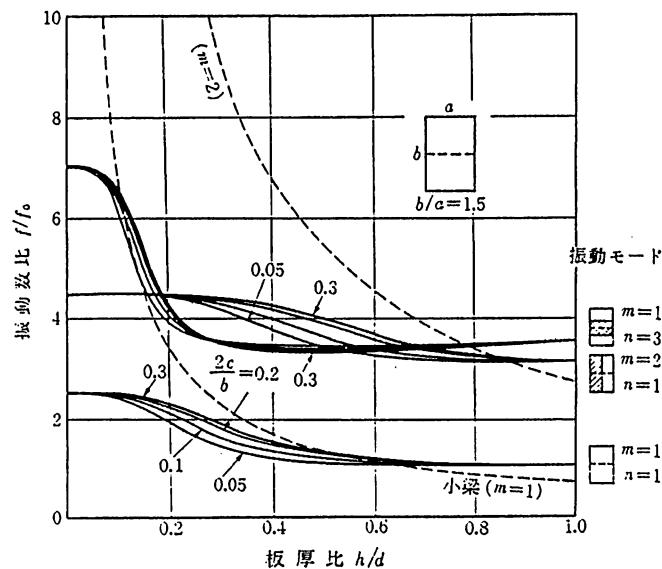


図-2.22 小梁が1つある単純支持板の固有振動数³⁸⁾

表-2.5 小梁付床版の固有値解析結果比較

手 法	(1,1) モード*	(3,1) モード	備 考
Rayleigh-Ritz法	31.2	59.9	図-2.22より
連成FEM	32.4	59.0	分割11×8

* モード次数は(長辺、短辺)

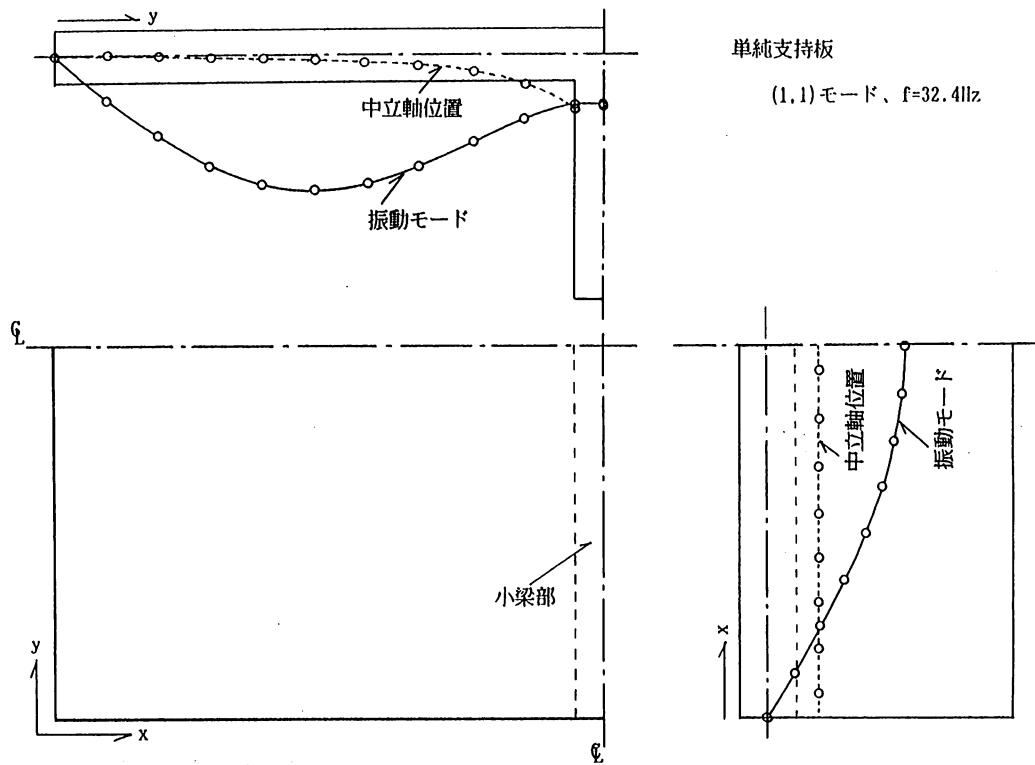


図-2.23 (a) 小梁付床版の振動モードと中立軸位置（小梁方向1次モード）

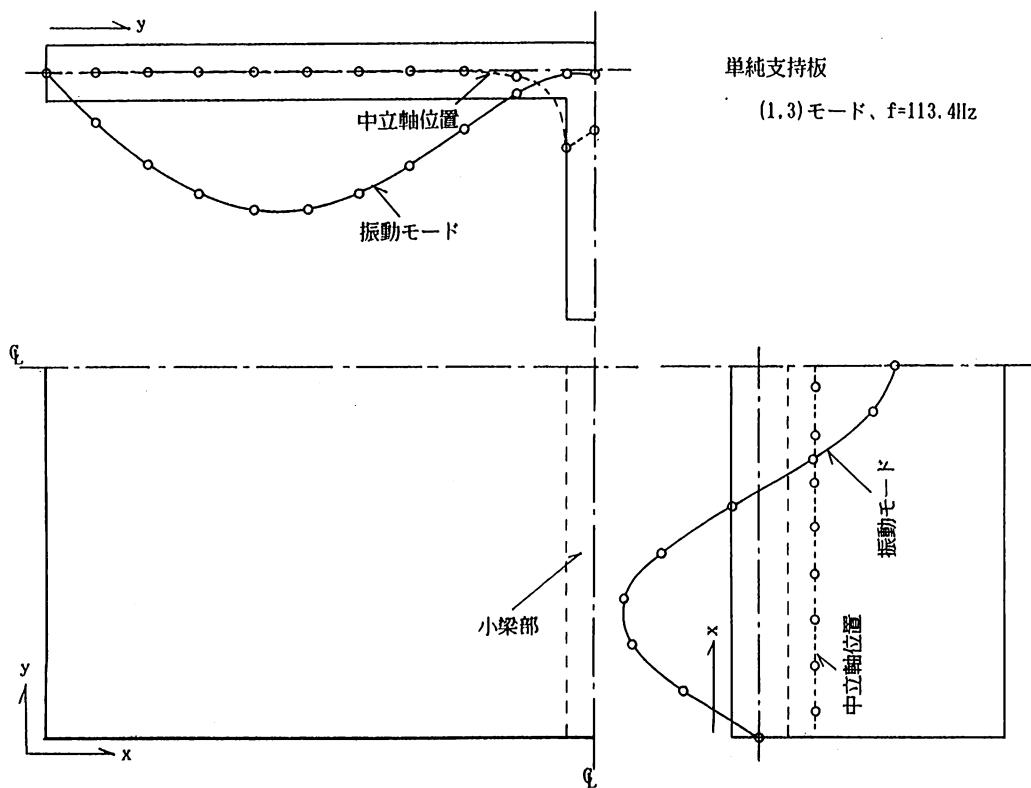


図-2.23 (b) 小梁付床版の振動モードと中立軸位置（小梁方向3次モード）

2.6.4 棒要素の場合の解の比較

図-2.21に示した小梁付床版の解析モデルに関して、梁部を図-2.24のごとく棒要素とみなして解析した場合の結果を示す。この場合、梁の幅は無視されるため、棒要素のマトリクスは要素節線に附加されることになる。解析結果の比較を表-2.6、図-2.25に示した。固有振動数および振動モードから算出した中立軸の位置に関する両者の結果は良く一致しており、棒要素による解析の妥当性と、当例の梁幅程度の場合には棒要素で代用しても問題が無いことを示している。

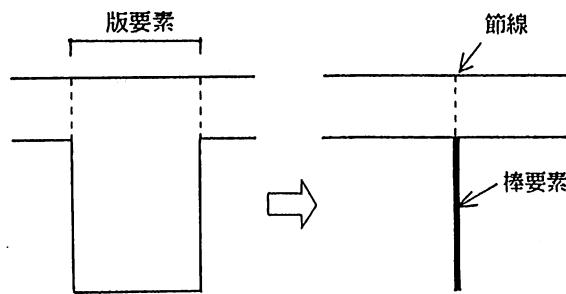


図-2.24 小梁部の棒要素としての取扱い

表-2.6 小梁部を版要素・棒要素とした場合の固有振動数の比較

内 容	(1,1) モード*	(3,1) モード	(1,3) モード
版要素として解析	32.4	59.0	113.4
棒要素として解析	31.5	59.5	112.5

* モード次数は（長辺、短辺）

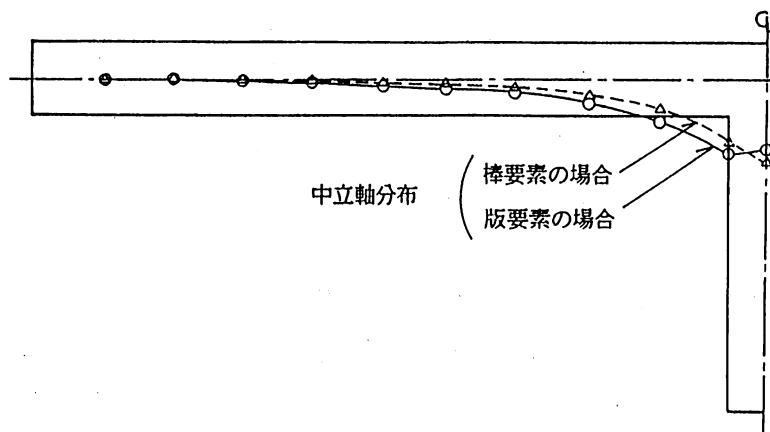


図-2.25 小梁部を版要素・棒要素とした場合の中立軸の比較

の意
いる
図
析モ
る。
の存
適合
この
しか
分に
を一
の誤差
境界
度を算
調べて

2.7 解析結果と実測結果の比較検討

実在床構造に関するモード検証結果について示す。連成FEM解析において、次の点を考慮した。

- 1) ヤング係数は、動的ヤング率として 3.1×10^{-5} (kg/cm²)を採用し、ポアソン比は0とした。単位体積重量は2400(kg/m³)である。
- 2) 梁部のひずみ分布は、これまで同様、図-2.8の分布を仮定した。ただし、梁の交差部の要素は、全断面とも平面応力状態(x, y方向ともひずみが生じる状態)としている。
- 3) 境界条件の設定は、床版端部での実測モードとの比較により、単純支持、周辺固定など適合のよいものを選んだ。面内の境界条件は、2.5章で示したように、面外の境界条件に対応して自動的に決定される。

比較検討を行った建物の一覧を表-2.7に示した。建物Aは壁式構造の平板スラブであり、建物B～Dは小梁付スラブである。固有振動数および固有振動モードの実測のための測定系統は図-2.26の通りであり、タイヤ自由落下による衝撃法を用いている。

表-2.7 実測建物と床構造一覧

記号	建物構造・規模	用 途	床寸法(m)	版厚(mm)	小梁配置	備 考
A	RC壁式, 5F	集合住宅	3.6×3.05	150	—	
B	SRC , 11F	集合住宅	11.9×7.6	135	目型	
C	SRC , 14F	集合住宅	10.7×6.0	150	目型	
D	RC , 2F	実験棟	14.0×8.8	150	目型	アンボンド

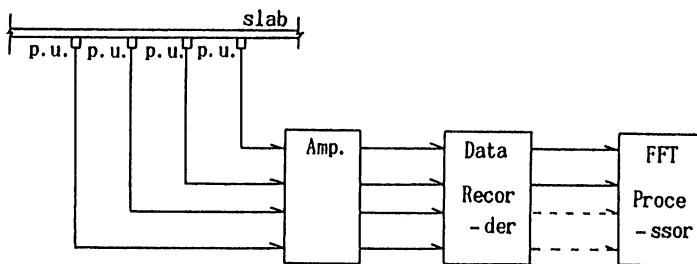


図-2.26 床版振動の測定系統図

2.7.1 平板スラブに関する実測値と解析値の比較および基礎的検討

応答解析を行うための前段階として、固有値解析の結果と実測固有値とを照合し、定数や境界条件を調整するといった操作がよく見られるが、その操作にも統一性と合理性が成立していることが必要である。仮に、実測値との一致度を高めるためヤング率や境界条件を調整する場合は、それにより振動モード自体も適合性がたかまるものでなくてはならず、そうでなければ適正な操作とは言えない。Rayleigh-Ritz法によらずとも、固有振動数が振動モードによって決定されることとは周知のことであり、振動モードの適合性が、解析結果と実測結果の比較検討において最も重要な要因であると言える。こ

の意味から、本研究における解析例では、振動モードの適合性に重点をおいて解析モデルを決定している。

図-2.27(c)は、記号Aの平板スラブの比較結果である。固有振動数の比較は表-2.8に示した。解析モデルの境界条件は、図の通りであるが、実測振動モードとの比較では両方向とも良く一致している。y方向では境界条件が単純支持となり、x方向では固定に近い状態となっているのは、壁開口部の存在、あるいは境界の壁に直交する壁の有無の影響によるものと考えられる。ここでは、モードの適合性が図に示すように極めて良いため、固有振動数も当然よく一致した結果が得られることになる。この例は、境界条件が比較的はっきりしており、単純支持あるいは固定のモードに近い形をしている。しかし、一般的には境界条件は単純支持と固定の中間的な形となる場合が多く、この場合に、境界部分に回転バネなどを付加して中間的な拘束を表現することも可能ではあるが、現実にはこのバネの値を一定のデータとして提示することは困難であるから、裏付けのない値を持ち込むよりは、境界条件の誤差を容認しておくほうが良いと考えられる。

境界条件の設定に関しては、これらの拘束状態を類型化した資料の蓄積が必要であるが、拘束の程度を単に固有振動数の比較のみで判定するのではなく、実際の拘束状態を示す各端部の振動モードを調べて評価することが必要である。

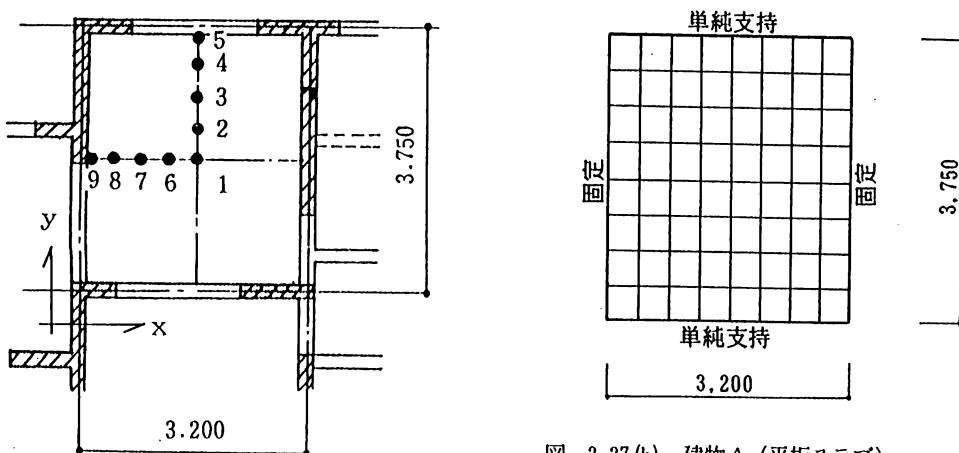


図-2.27(a) 建物A（平板スラブ）の
床構造と測定点

図-2.27(b) 建物A（平板スラブ）
の解析モデル

表-2.8 固有振動数の比較

内 容	固有振動数(Hz) [(1,1)モード]
解析結果	71.0
実測結果	67.5

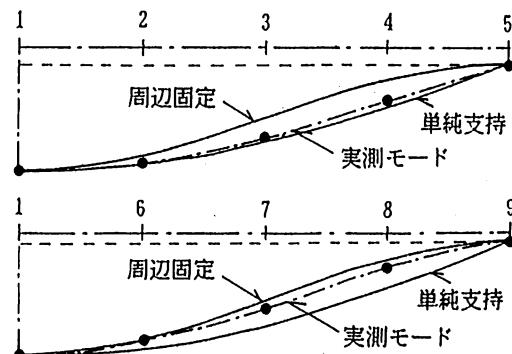


図-2.27(c) 平板スラブにおける実測結果と解析結果の比較

2.7.2 小梁付床版の固有振動数、固有モードに関する実測値と解析値の比較

図-2.28～図-2.30に、記号B～Dの小梁付床版に関する結果を示す。実測結果に関しては、タイヤ衝撃時の応答加速度スペクトルの実測例、各次の固有振動モードの分析結果および固有振動数を示した。解析結果に関しては、各床版の解析モデル、解析結果の固有振動モードと固有振動数、および小梁方向1次モードの時の中立軸位置の分布を示した。

解析結果と実測結果の固有振動数の比較の一覧を表-2.9に示した。境界条件等の影響により値に多少の大小は見られるが、ほぼ妥当な結果と成っている。固有振動モードは、全体に極めて良い対応を示している。個々の次数のモード形をながめると、1次の固有モードにおいて実測モードと若干の差を生じている。すなわち、記号Bの1次の解析モードでは、実測モードに比べ版部に対する小梁の補剛効果が効きすぎた形となっている。これは、小梁両端の境界条件が単純支持となっていることにより、支持と固定の中間的拘束となっている実際の状態に比べ、版部の中立軸移動量が大きくなるためと考えられる。この様に小梁方向の両端の境界条件は、中立軸位置の分布状態を介して、小梁直交方向のモード形に影響を与えることになる。

解析結果より求めた中立軸位置の結果は、全般的にはほぼ妥当なものと考えられるが、これについては実測結果というものが得られないため詳細な比較検討は不可能である。解析結果の傾向としては、さきに2.7章で示した定性的傾向に準じたものとなっているが、記号Dの床版のx方向の中立軸位置は、明らかに実際の状態ととなる。これは、分割数不足の影響が現れたものと考えられ、また解析結果に対する影響も比較的微少と思われる。

表-2.9 小梁付床版の固有振動数の実測結果と解析結果の比較一覧

建物 記号	内 容	固 有 値 出 現 次 数									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	解析値 (モード)	16.0 (1.1)	21.4 (2.1)	32.4 (3.1)	41.1 (4.1)	44.1 (1.2)	46.8 (2.2)	55.7 (3.2)	60.2 (5.1)	68.8 (*, 3)	72.3 (*, 3)
	実測値	21.5	24.5	31.4	44.5	—	—	—	—	—	—
C	解析値 (モード)	30.5 (1.1)	37.8 (2.1)	43.7 (3.1)	60.5 (4.1)	64.9 (1.2)	75.1 (*, 2)	75.7 (*, 2)	78.9 (*, 2)	105.5 (*, 3)	109.5 (6.1)
	実測値	27.0	32.5	37.0	52.0	—	—	—	—	—	—
D	解析値 (モード)	19.2 (1.1)	23.5 (2.1)	31.8 (3.1)	45.1 (1.2)	46.1 (4.1)	50.2 (2.2)	—	—	—	—
	実測値	14.3	21.5	35.3	—	42.3	—	—	—	—	—

建物 B

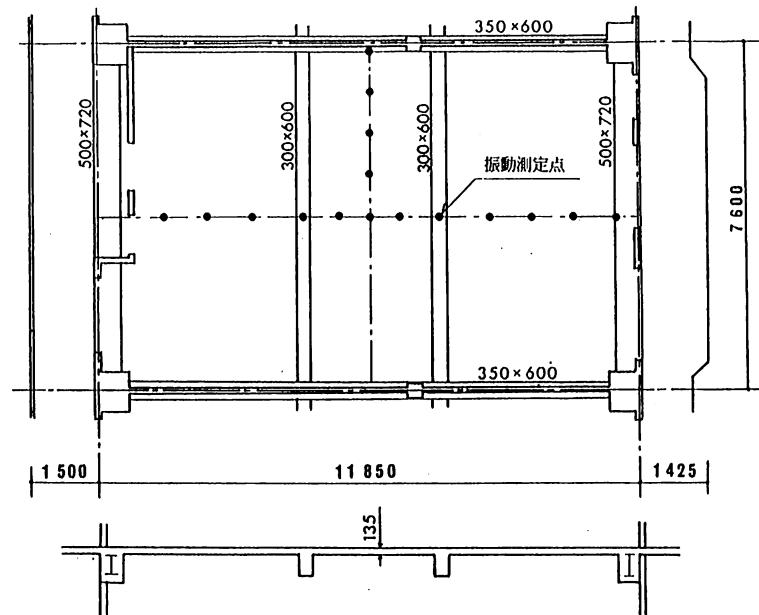


図-2.28(a) 建物Bの床構造

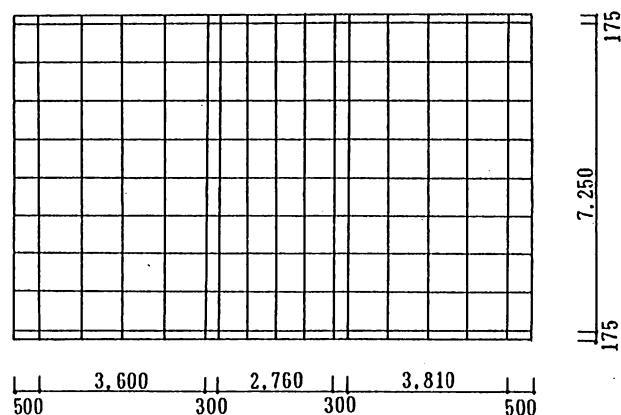


図-2.28(b) 建物Bの解析モデル

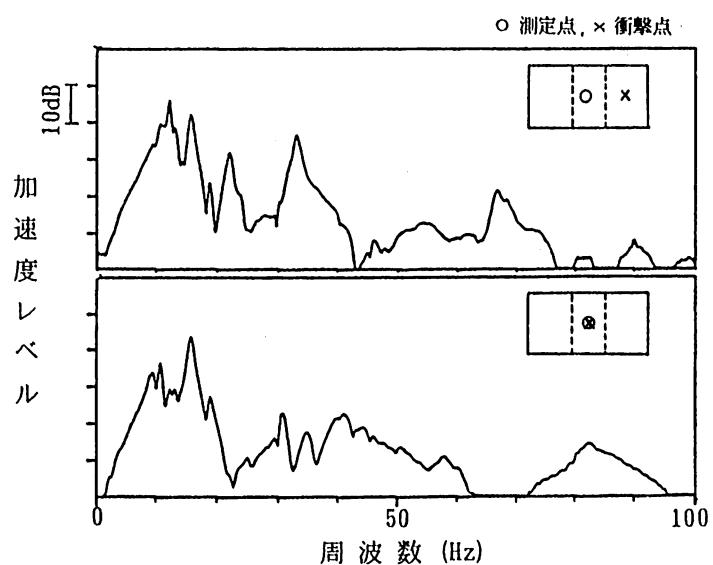


図-2.28(c) 衝撃時のスペクトル

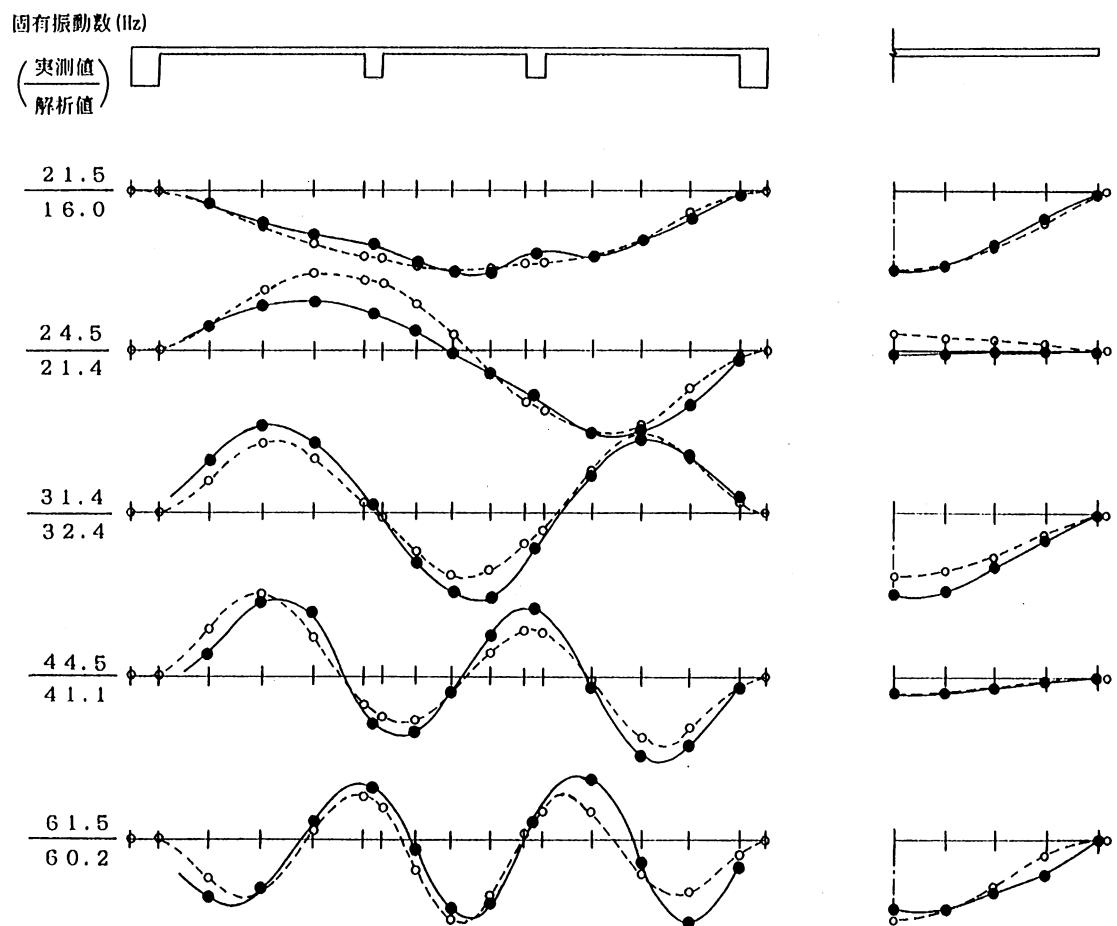


図-2.28 (d) 固有振動数、固有振動モードの実測値と解析値の比較
(—●— 実測、---○--- 解析)

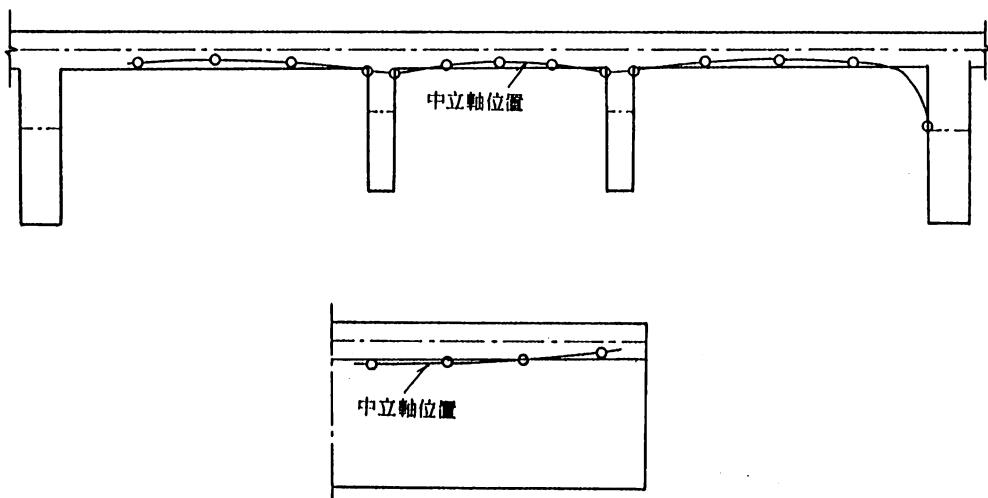


図-2.28 (e) 中立軸分布の解析値 (1次モード)

建物 C

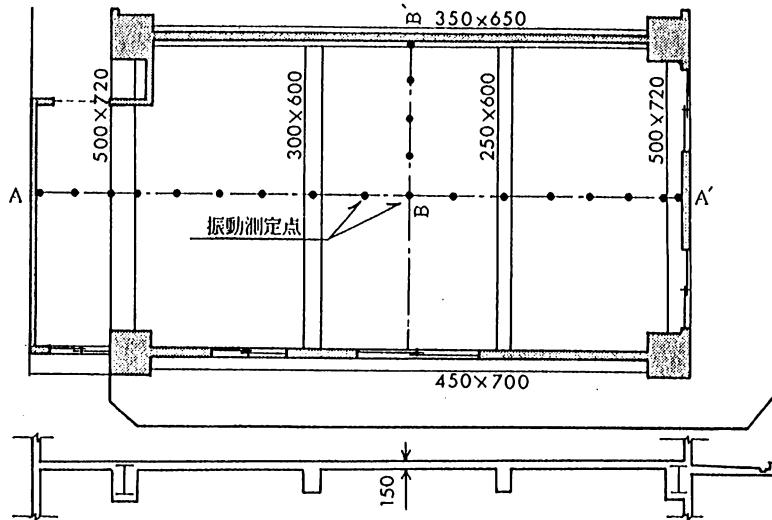


図-2.29(a) 建物Cの床構造

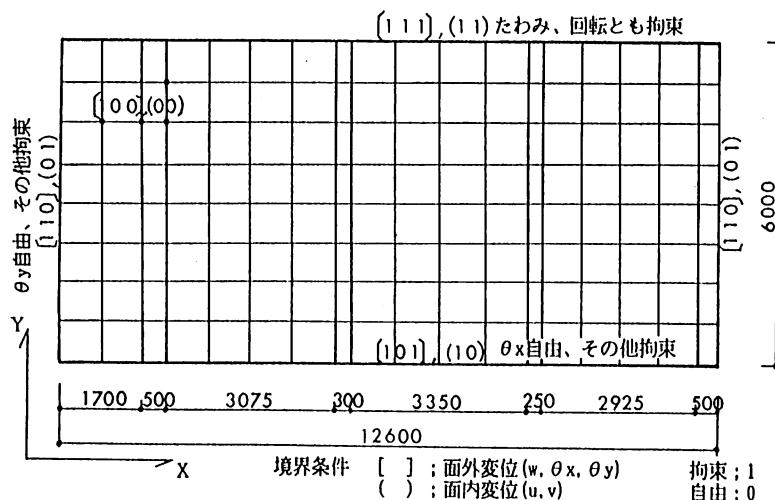


図-2.29(b) 建物Cの解析モデル

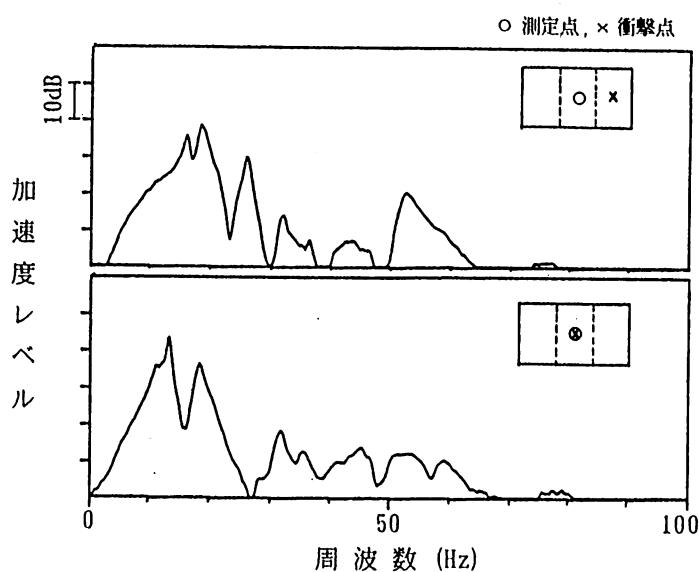


図-2.29(c) 衝撃時のスペクトル

固有振動数(Hz)

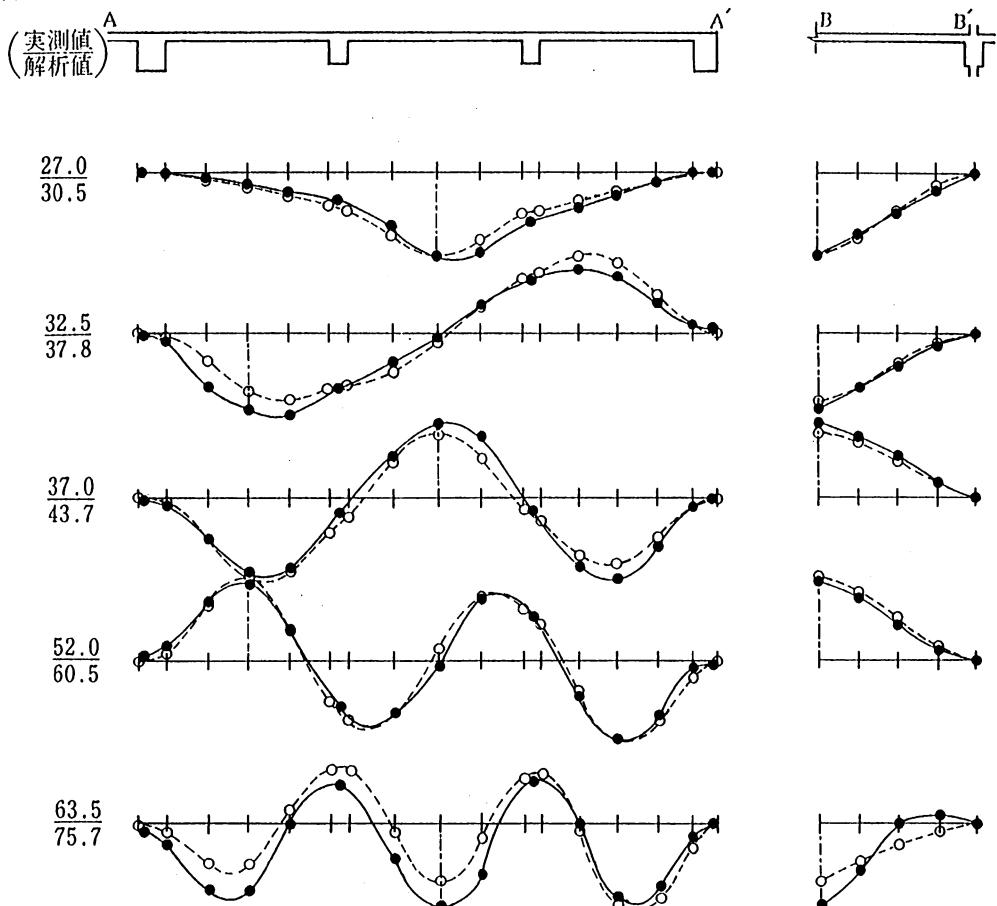


図-2.29 (d) 固有振動数、固有振動モードの実測値と解析値の比較

(—●— 実測、---○--- 解析)

中立軸位置

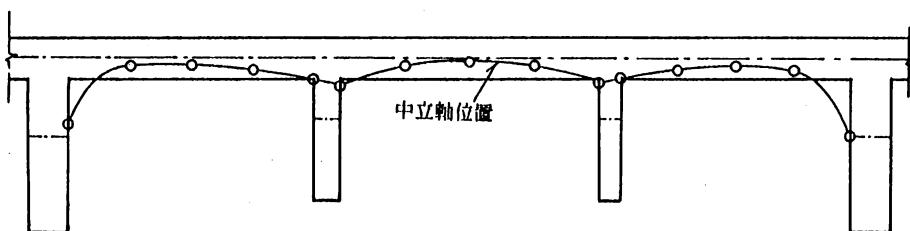


図-2.29 (e) 中立軸分布の解析値（1次モード）

建物 D

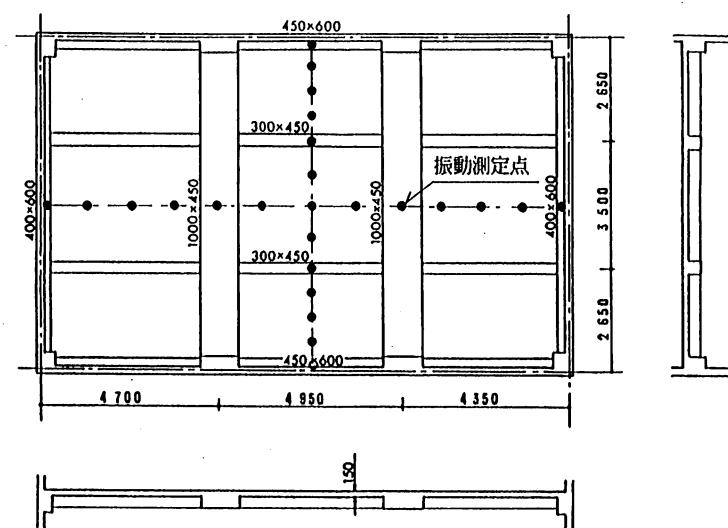


図-2.30 (a) 建物Dの床構造

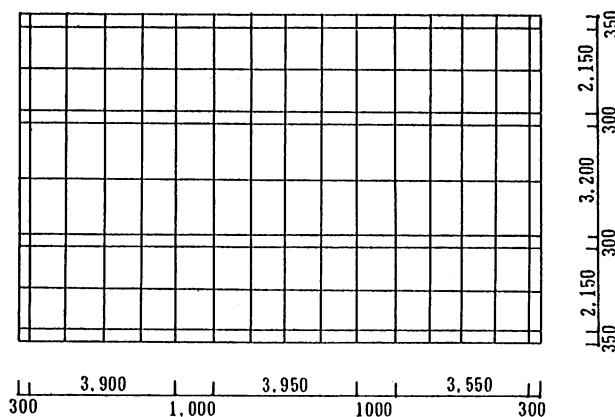


図-2.30 (b) 建物Dの解析モデル

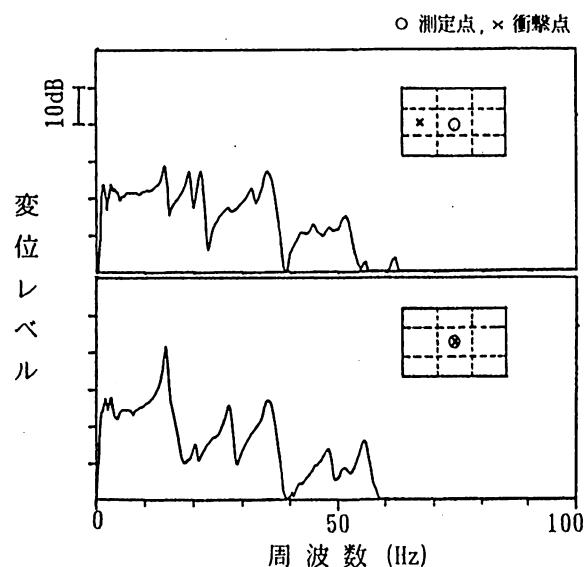


図-2.30 (c) 衝撃時のスペクトル

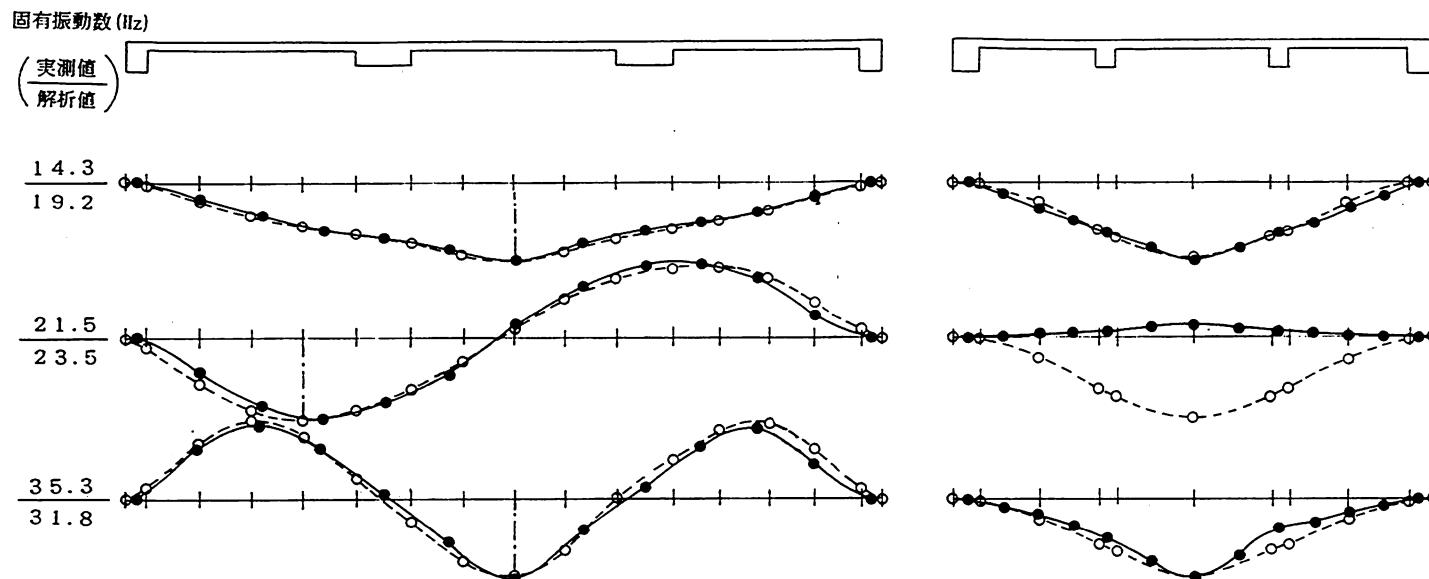


図-2.30 (d) 固有振動数、固有振動モードの実測値と解析値の比較
 (—●— 実測、---○--- 解析)

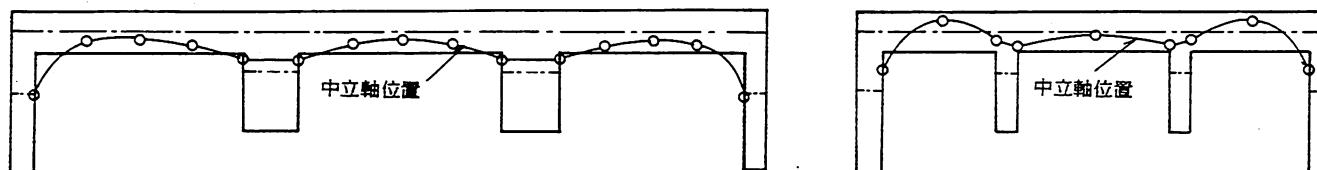


図-2.30(e) 中立軸分布の解析値（1次モード）

2.7.3 境界条件の設定方法について

FEMの境界条件の設定方法には制限があるため、実構造をそのままモデル化することはできない。ここではまず、個々の床版に対しての解析結果と実測値の比較から境界条件の設定方法について検討し、これらを総合して解析時の境界条件設定の基準を提示している。なお、この問題に関しては3.4章で実験的な検討を行っている。

- ⅰ) 床版Bでの小梁方向は、実測モードより単純支持とする方が妥当である。これは、大梁が比較的小さく小梁程度であり、かつ鉄骨もないため、壁のみの場合と同程度の拘束になっていると考えられる。このように、中間部に拘束となる直交壁などが無い場合で、かつ大梁のサイズが小さい場合は、単純支持として扱うのが妥当と考えられる。ただし、単純支持として扱う場合は、大梁の梁幅分の要素を考慮に入れることが必要である。
- ⅱ) 床版Cでは、桁行方向の両境界条件が異なっている。図の下側の長辺は、隣接床が存在しない妻壁であること、壁の内面とお大梁の梁面が揃っていることから単純支持としている。図の上側の長辺は、大梁の拘束が大と考えられ（寸法が大で、鉄骨等がある場合）、隣接床版もあることから、境界条件は固定としている。固定の場合には、梁幅分の要素は省略している。これらの解析結果と実測モードの一致度は良好である。
- ⅲ) 床版Dでは、上記に準じて境界条件を四周単純支持とした。ただし、四隅の柱部は固定、中間部の柱部は壁芯部分の節点のみ固定とした。四周の梁幅はすべて要素として組み込んでいる。

以上が解析例に関する設定であるが、他の要点も併せて整理すると以下のようになる。

- (1) 板の寸法は、壁の芯々寸法とする。
- (2) 四隅の柱は固定とする。中に存在する間柱については壁芯部分の節点のみ固定とする。
- (3) 壁式構造の場合は原則として単純支持とする。ただし、直交壁の存在など、境界部分の壁に拘束が働く場合には、その点またはその辺を固定とする。
- (4) RC, SRC構造の場合の大梁付き壁は、梁幅を要素として考慮（梁せいも当然考慮）した上で単純支持とする。ただし大梁が極めて大きな場合、上下に壁を有している場合、隣接床がある場合には、固定として扱う。この場合は梁幅分は無視して構わない。
- (5) RCの内壁については、たわみ固定、回転は両方向とも自由とする。したがって、面内の境界条件は自由となる。
- (6) その他の原則として、対称構造は境界条件も対称に設定すること。また、壁が存在する部分でも実測では僅かに変位が存在するが、これをたわみ自由とすると高次モードが全く異なったものとなるため必ずたわみは固定とする、などの設定上の留意が必要である。

2.8 浮床構造など2重床版のFEM定式化と解析例

2.3章では、任意の変断面板を扱える面内・面外連成型FEMの定式化について示した。ここでは、浮床工法に代表される2重床構造のFEMの取扱いについて示す。この解析モデルは、浮床構造のみならず、上下階の床版や床版上の防振架台の問題などの種々の2重板の連成問題を取り扱えるため、実用上有用である。既に示した床版自体に対する解析と、この上部構造を含めた解析手法の両方により、床構造に係わる殆どの問題を網羅できると考えられ、解析面ではほぼ充分な対応が可能といえる。

浮床構造の解析モデルを図-2.31に示す。ここでは、以下の
解析条件および解析仮定を設定する。

i) 浮床と床版は各々の変位を有しているため、FEMでは別々の節点を与える。これらの節点は、図-2.31に示すようにバネを介して連成する。

ii) グラスウール等の緩衝材は、節点に取り付いたバネに置換して取り扱い、重量は無視する。したがって、浮床からの床版への力の伝達は、バネを通してのみ下部の節点に伝えられるため、伝達力は鉛直方向のみとなり、回転に関する項は無視される。

iii) 浮床、床版個々の解析モデルには、通常の板の理論が適用される。

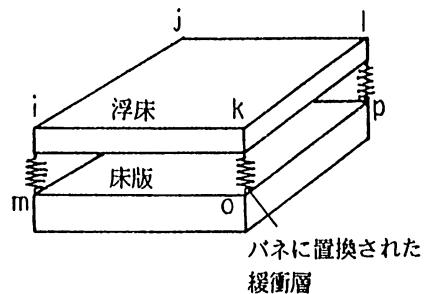


図-2.31 浮床構造の基本要素モデル

2.8.1 剛性マトリクスの構成

浮床、床版の節点変位を各々、 $\{\delta_1\}$, $\{\delta_2\}$ とする。

$$\{\delta_1\} = \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_k \\ \delta_l \end{Bmatrix}, \quad \{\delta_2\} = \begin{Bmatrix} \delta_m \\ \delta_n \\ \delta_o \\ \delta_p \end{Bmatrix} \quad (2.81)$$

今、浮床の節点に作用する節点力を $\{F\}$ とすれば、節点力と節点変位の関係は、

$$\text{浮床に関して、 } \{F\} - [k](\{\delta_1\} - \{\delta_2\}) = [K_1]\{\delta_1\} \quad (2.82)$$

$$\text{床版に関して、 } [k](\{\delta_1\} - \{\delta_2\}) = [K_2]\{\delta_2\} \quad (2.83)$$

となる。ここで、「 k 」は緩衝層による節点バネのバネ定数マトリクス（対角マトリクス）であり、 $[K_1]$, $[K_2]$ は各々、浮床、床版に関する剛性マトリクスである。

式(2.82), 式(2.83)を書き直すと、

$$\{F\} = ([K_1] + [k])\{\delta_1\} - [k]\{\delta_2\} \quad (2.84)$$

$$\{0\} = -[k]\{\delta_1\} + ([K_2] + [k])\{\delta_2\} \quad (2.85)$$

となり、2式を併せると、

$$\begin{Bmatrix} F \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 + k & -k \\ -k & K_2 + k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix} \quad (2.86)$$

と表される。したがって、要素の剛性マトリクスは式(2.86)より、

$$[K] = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

なる形で求められることになる。

ここで、 $[K_1] = \int_V [B_1][D][B_1]dV$ (2.88)

$$[K_2] = \int_V [B_2][D][B_2]dV$$
 (2.89)

$$[k] = \begin{bmatrix} k_{im} & 0 \\ k_{jn} & k_{ko} \\ 0 & k_{ip} \end{bmatrix}, \quad k_{im} = \begin{bmatrix} k_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

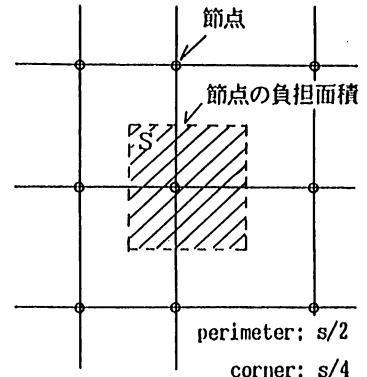


図-2.32 節点バネの負担面積の算定

ただし、図-2.32に示すように節点の負担面積を考慮して求める。

2.8.2 質量マトリクス、減衰マトリクスの構成

質量マトリクスについては、明らかに各板毎に取り扱えるから、

$$[M] = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix}$$
 (2.90)

となる。 $[M_1]$, $[M_2]$ は各々、浮床、床版の質量マトリクスである。

減衰マトリクスについては、レイリー減衰の考え方方に準じ、式(2.76)の形より次の様に設定する。

浮床、床版の各々のレイリー減衰を

$$\begin{aligned} [C_1] &= \alpha_1[M_1] + \beta_1[K_1] \\ [C_2] &= \alpha_2[M_2] + \beta_2[K_2] \end{aligned}$$
 (2.91)

とし、これに緩衝層の減衰を考慮すれば、要素の減衰マトリクスは、

$$[C] = \begin{bmatrix} \alpha_1 M_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 M_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 K_1 & 0 \\ 0 & \beta_2 K_2 \end{bmatrix} + \gamma \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$
 (2.92)

となる。 α , β , γ の各係数は、 h を減衰定数として、

$$h_1 = \frac{\alpha_1}{2\omega} + \frac{\beta_1 \omega}{2}, \quad h_2 = \frac{\alpha_2}{2\omega} + \frac{\beta_2 \omega}{2}$$
 (2.93)

$$h_b = \frac{\gamma \omega}{2}$$

なる関係より決定することができる。減衰定数の値は、実測結果等の蓄積による検討が必要である。

2.8.3 浮床構造の解析例

解析手法の検証として、図-2.33に示す浮床構造に関する解析例を以下に示す。ここでは、浮床層の波動的な影響を除去し、1質点系に近い条件を実現するため、浮床層の面積を極めて小さなものと

している。境界条件は、床版については周辺固定、浮床については自由としている。

緩衝材のバネ定数は、

$$k_c = k_{oc} + k_a = k_{oc} + \frac{1.4 \times 10^5}{h_c} [N/m^3] \quad (2.94)$$

k_{oc} ; 緩衝材のバネ定数 [N/m^3]

k_a ; 空気のバネ定数 [N/m^3]

h_c ; 緩衝層の厚み [m]

であり⁴⁰⁾、節点に取り付いたバネとしては、

$$k = \alpha k_c [\text{kg}/\text{m}] \quad (2.95)$$

となる。（ α は、節点の負担面積である。）

加振力としたオクターブバンドノイズに関しては、5章の重量床衝撃音の解析の項で詳述している。緩衝層の減衰定数を2%と20%として、浮床層の厚みを50mmから150mmと変化させた時の解析結果を図-2.34に示した。図の値は、浮床層の有無による床版々面平均加速度レベルの差を示したものである。固有振動数以下の周波数での振動の変化は0dBに収束している。また固有振動数の変化、減衰の利き方など、いずれの結果も1質点系の特性と良く一致し、妥当な結果となっている。

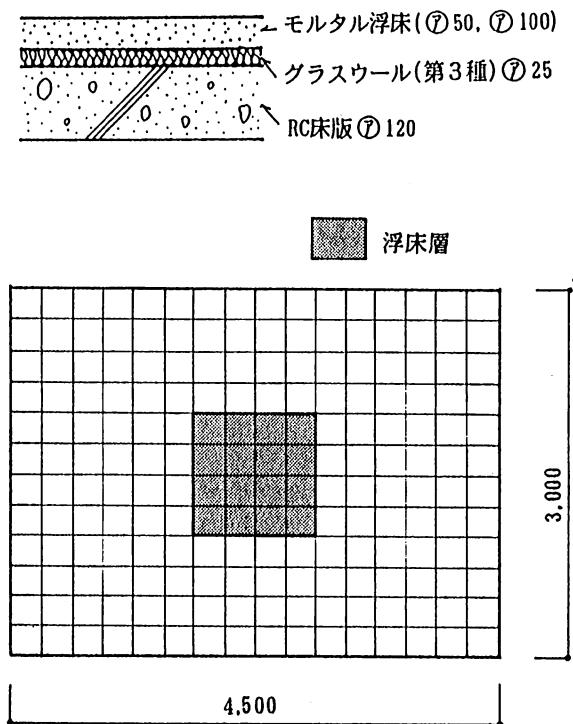


図-2.33 浮床構造の解析モデル

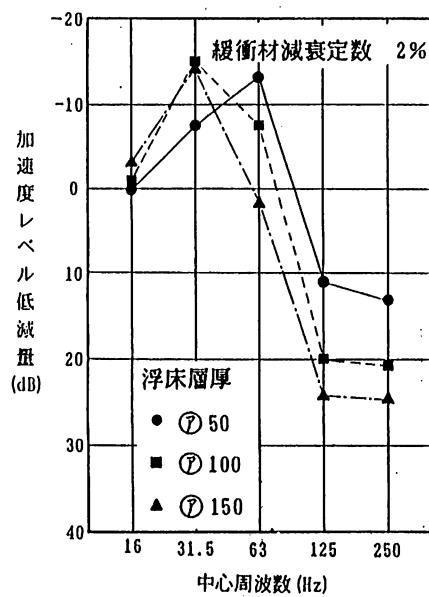


図-2.34 (a) 浮床構造の解析結果
(緩衝材の減衰定数2%の場合)

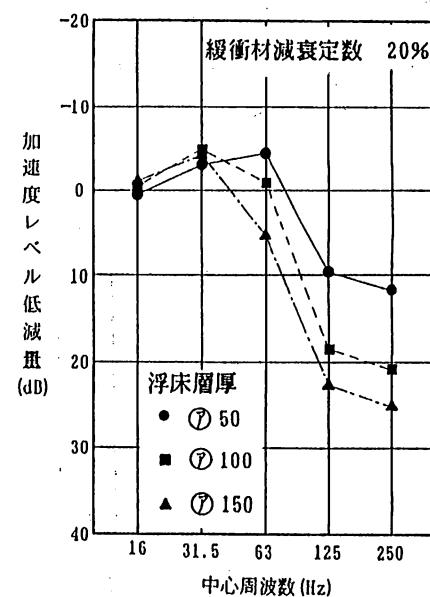


図-2.34 (b) 浮床構造の解析結果
(緩衝材の減衰定数20%の場合)

2.9 解析プログラムの各種のマトリクス一覧

この章で示した各種のマトリクスの詳細を以下にまとめて示す。要素の座標などは、図-2.9に示す通りである。なお、マトリクス中の空白部は0を示す。

1) 変位-未定係数マトリクス

$$[C_p] =$$

1	-a	-b	ab				
				1	-a	b	ab
1	-a	b	-ab				
				1	-a	b	-ab
1	a	-b	-ab				
				1	a	-b	-ab
1	a	b	ab				
				1	a	b	ab

$$[C_p]^{-1} =$$

ab		ab		ab		ab	
-b		-b		b		b	
-a		a		-a		a	
1		-1		-1		1	
	ab		ab		ab		ab
	-b		-b		b		b
	-a		a		-a		a
	1		-1		-1		1

$$\frac{1}{4ab} \times$$

$[C_0] =$

1	-a	-b	a^2	ab	b^2	$-a^3$	$-a^2b$	$-ab^2$	$-b^3$	a^3b	ab^3
		-1		a	$2b$		$-a^2$	$-2ab$	$-3b^2$	a^3	$3ab^2$
	1		-2a	-b		$3a^2$	$2ab$	b^2		$-3a^2b$	$-b^3$
1	-a	b	a^2	-ab	b^2	$-a^3$	a^2b	$-ab^2$	b^3	$-a^3b$	$-ab^3$
		-1		a	$-2b$		$-a^2$	$2ab$	$-3b^2$	a^3	$3ab^2$
	1		-2a	b		$3a^2$	$-2ab$	b^2		$3a^2b$	b^3
1	a	-b	a^2	-ab	b^2	a^3	$-a^2b$	ab^2	$-b^3$	$-a^3b$	$-ab^3$
		-1		-a	$2b$		$-a^2$	$2ab$	$-3b^2$	$-a^3$	$-3ab^2$
	1		2a	-b		$3a^2$	$-2ab$	b^2		$-3a^2b$	$-b^3$
1	a	b	a^2	ab	b^2	a^3	a^2b	ab^2	b^3	a^3b	ab^3
		-1		-a	$-2b$		$-a^2$	$-2ab$	$-3b^2$	$-a^3$	$-3ab^2$
	1		2a	b		$3a^2$	$2ab$	b^2		$3a^2b$	b^3

$[C_0]^{-1} =$

2	-b	a	2	b	a	2	-b	-a	2	b	-a
$-\frac{3}{a}$	$\frac{b}{a}$	-1	$-\frac{3}{a}$	$-\frac{b}{a}$	-1	$\frac{3}{a}$	$-\frac{b}{a}$	-1	$\frac{3}{a}$	$\frac{b}{a}$	-1
$-\frac{3}{b}$	1	$-\frac{a}{b}$	$\frac{3}{b}$	1	$\frac{a}{b}$	$-\frac{3}{b}$	1	$\frac{a}{b}$	$\frac{3}{b}$	1	$-\frac{a}{b}$
		$-\frac{1}{a}$			$-\frac{1}{a}$			$\frac{1}{a}$			$\frac{1}{a}$
$\frac{4}{ab}$	$-\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$	$-\frac{4}{ab}$	$-\frac{1}{a}$	$-\frac{1}{b}$	$-\frac{4}{ab}$	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{b}$	$\frac{4}{ab}$	$\frac{1}{a}$	$-\frac{1}{b}$
		$\frac{1}{b}$			$-\frac{1}{b}$			$\frac{1}{b}$			$-\frac{1}{b}$
$\frac{1}{a^3}$		$\frac{1}{a^2}$	$\frac{1}{a^3}$		$\frac{1}{a^2}$	$-\frac{1}{a^3}$		$\frac{1}{a^2}$	$-\frac{1}{a^3}$		$\frac{1}{a^2}$
		$\frac{1}{ab}$			$-\frac{1}{ab}$			$-\frac{1}{ab}$			$\frac{1}{ab}$
	$-\frac{1}{ab}$			$\frac{1}{ab}$			$\frac{1}{ab}$			$-\frac{1}{ab}$	
$\frac{1}{b^3}$	$-\frac{1}{b^2}$		$-\frac{1}{b^3}$	$-\frac{1}{b^2}$		$\frac{1}{b^3}$	$-\frac{1}{b^2}$		$-\frac{1}{b^3}$	$-\frac{1}{b^2}$	
$-\frac{1}{a^3b}$		$-\frac{1}{a^2b}$	$\frac{1}{a^3b}$		$\frac{1}{a^2b}$	$\frac{1}{a^3b}$		$-\frac{1}{a^2b}$	$-\frac{1}{a^3b}$		$\frac{1}{a^2b}$
$-\frac{1}{ab^3}$	$\frac{1}{ab^2}$		$\frac{1}{ab^3}$	$\frac{1}{ab^2}$		$\frac{1}{ab^3}$	$-\frac{1}{ab^2}$		$-\frac{1}{ab^3}$	$-\frac{1}{ab^2}$	

$\frac{1}{8} \times$

2) 剛性マトリクス関係

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a [Q_p(\alpha_x, \alpha_y)] [D] [Q_p(\alpha_x, \alpha_y)] dx dy =$$

	$p_1 ab$							
		$p_1 \gamma ab$						
$\frac{4E}{1-\nu^2} \times$			$\frac{1}{3} p_1 ab^3$ + $\frac{1}{3} p_1 \gamma a^3 b$					
		$p_3 \gamma$			$p_2 \gamma ab$			
							$p_2 ab$	
	$p_3 \nu ab$							$\frac{1}{3} p_2 a^3 b$ $\frac{1}{3} p_2 \gamma ab^3$

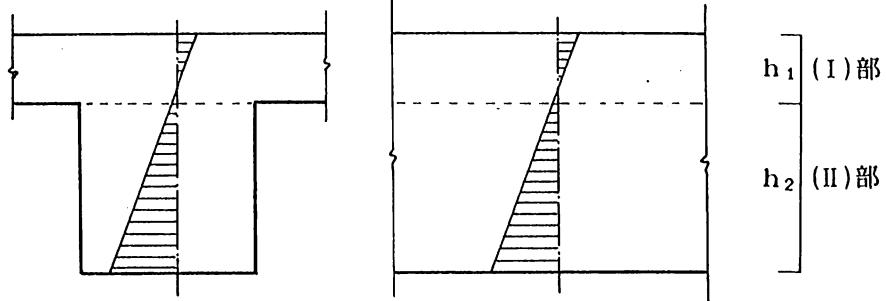
$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a [Q_p(\beta_x, \beta_y)] [D] [Q_p(\beta_x, \beta_y)] dx dy =$$

	$q_1 ab$						$q_4 \nu ab$	
		$q_5 \gamma ab$			$q_6 \gamma ab$			
$\frac{8E}{1-\nu^2}$	$q_3 \nu ab$					$q_2 ab$		
			$\frac{1}{3} q_1 ab^3$ + $\frac{2}{3} q_5 \gamma a^3 b$					
							$\frac{1}{3} q_2 a^3 b$ + $\frac{2}{3} q_6 \gamma ab^3$	
			$q_3 \nu ab^3$					
		$q_5 \gamma a^3 b$			$q_6 \gamma a^3 b$			
		$q_5 ab^3$			$q_6 \gamma ab^3$			

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a [Q_B(\beta_x, \beta_y)] [D] [Q_B(\beta_x, \beta_y)] dx dy =$$

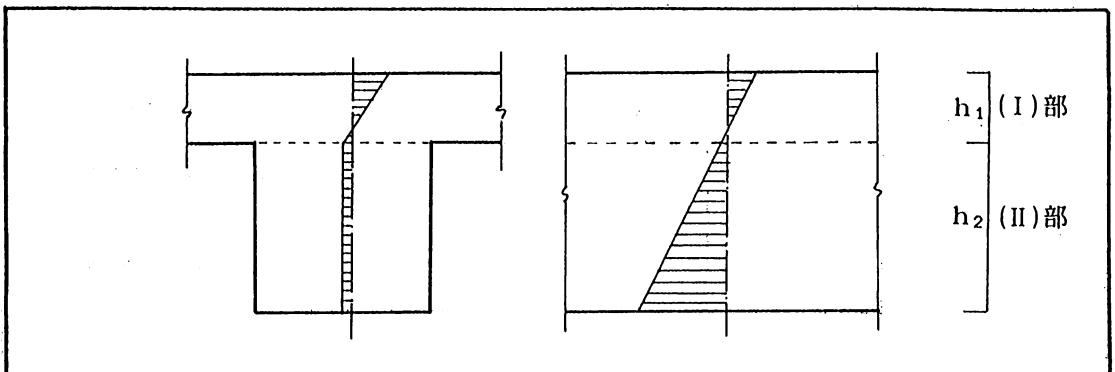
sym.

			r_1ab				
				r_4ab			
			$r_3\nu ab$		r_2ab		
						$3r_1a^3b$	
							$\frac{1}{3}r_1ab^3 + \frac{4}{3}r_4\gamma a^3b$
					$r_3\nu a^3b$		
							$\frac{1}{3}r_2a^3b + \frac{4}{3}r_4\gamma ab^3$
						$r_3\nu ab^3$	
				$r_4\gamma a^3b$			$3r_2ab^3$
							$r_1a^3b^3 + \frac{9}{5}r_4\gamma a^5b$
				$r_4\gamma ab^3$			$r_3\nu a^3b^3 + r_4\gamma a^5b^3 + \frac{9}{5}r_4\gamma ab^5$



成分	係数	記号	(I)部	(II)部	(III)部
面内項	$\int \alpha_x^2 dz$	p ₁	h ₁	h ₂	
	$\int \alpha_y^2 dz$	p ₂	"	"	
	$\int \alpha_x \alpha_y dz$	p ₃	"	"	
連成項	$\int \alpha_x \beta_x dz$	q ₁	$\frac{h_1}{2}$	$\frac{h_2(2h_1+h_2)}{2}$	
	$\int \alpha_y \beta_y dz$	q ₂	"	"	
	$\int \alpha_x \beta_y dz$	q ₃	"	"	
	$\int \alpha_y \beta_x dz$	q ₄	"	"	
	$\int \alpha_x \frac{\beta_x + \beta_y}{2} dz$	q ₅	"	"	
	$\int \alpha_y \frac{\beta_x + \beta_y}{2} dz$	q ₆	"	"	
面外項	$\int \beta_x^2 dz$	r ₁	$\frac{h_1^3}{3}$	$\frac{h_2^3}{12} + \frac{h_2(2h_1+h_2)^2}{4}$	
	$\int \beta_y^2 dz$	r ₂	"	"	
	$\int \beta_x \beta_y dz$	r ₃	"	"	
	$\int \left(\frac{\beta_x + \beta_y}{2}\right)^2 dz$	r ₄	"	"	

成分	係数	記号	(I) 部	(II) 部	(III) 部
面内項	$\int \alpha_x^2 dz$	p ₁	h ₁	$\frac{h_2}{3}$	0
	$\int \alpha_y^2 dz$	p ₂	"	h ₂	h ₃
	$\int \alpha_x \alpha_y dz$	p ₃	"	$\frac{h_2}{2}$	0
連成項	$\int \alpha_x \beta_x dz$	q ₁	$\frac{h_1^2}{2}$	$\frac{h_1 h_2}{3}$	0
	$\int \alpha_y \beta_x dz$	q ₂	"	$\frac{h_2(2h_1+h_2)}{2}$	$\frac{h_3(2h_1+2h_2+h_3)}{2}$
	$\int \alpha_x \beta_y dz$	q ₃	"	$-\frac{h_2^2}{12} + \frac{h_2(2h_1+h_2)}{4}$	0
	$\int \alpha_y \beta_y dz$	q ₄	"	$\frac{h_1 h_2}{2}$	0
	$\int \alpha_x \frac{\beta_x + \beta_y}{2} dz$	q ₅	"	$-\frac{h_2}{24} \left(1 - \frac{h_1}{h_2}\right) + \frac{h_2(3h_1+h_2)}{8}$	0
	$\int \alpha_y \frac{\beta_x + \beta_y}{2} dz$	q ₆	"	$\frac{h_2(3h_1+h_2)}{4}$	$\frac{h_3(2h_1+2h_2+h_3)}{4}$
面外項	$\int \beta_x^2 dz$	r ₁	$\frac{h_1^3}{3}$	$\frac{h_1^2 h_2}{3}$	0
	$\int \beta_y^2 dz$	r ₂	"	$\frac{h_2^3}{12} + \frac{h_2(2h_1+h_2)^2}{4}$	$\frac{h_3^3}{12} + \frac{h_3(2h_1+2h_2+h_3)^2}{4}$
	$\int \beta_x \beta_y dz$	r ₃	"	$-h_1 \left(\frac{h_2^2}{12} - \frac{h_2(2h_1+h_2)}{4} \right)$	0
	$\int \left(\frac{\beta_x + \beta_y}{2} \right)^2 dz$	r ₄	"	$\left(1 - \frac{h_1}{h_2}\right) \frac{h_2^3}{48} + \frac{h_2(3h_1+h_2)^2}{16}$	$\frac{h_3^3}{48} + \frac{h_3(2h_1+2h_2+h_3)^2}{16}$



成分	係数	記号	(I)部	(II)部	(III)部
面内項	$\int \alpha_x^2 dz$	p ₁	h ₁	h ₂	
	$\int \alpha_y^2 dz$	p ₂	"	"	
	$\int \alpha_x \alpha_y dz$	p ₃	"	"	
連成項	$\int \alpha_x \beta_x dz$	q ₁	$\frac{h_1^2}{2}$	h ₂ h ₁	
	$\int \alpha_y \beta_y dz$	q ₂	"	$\frac{h_2(2h_1+h_2)}{2}$	
	$\int \alpha_x \beta_y dz$	q ₃	"	$\frac{h_2(2h_1+h_2)}{2}$	
	$\int \alpha_y \beta_x dz$	q ₄	"	h ₂ h ₁	
	$\int \alpha_x \frac{\beta_x + \beta_y}{2} dz$	q ₅	"	$\frac{h_2(4h_1+h_2)}{2}$	
	$\int \alpha_y \frac{\beta_x + \beta_y}{2} dz$	q ₆	"	$\frac{h_2(4h_1+h_2)}{2}$	
面外項	$\int \beta_x^2 dz$	r ₁	$\frac{h_1^3}{3}$	h ₂ h ₁ ²	
	$\int \beta_y^2 dz$	r ₂	"	$\frac{h_2^3}{12} + \frac{h_2(2h_1+h_2)^2}{4}$	
	$\int \beta_x \beta_y dz$	r ₃	"	$\frac{h_2 h_1 (2h_1+h_2)}{2}$	
	$\int \left(\frac{\beta_x + \beta_y}{2}\right)^2 dz$	r ₄	"	$\frac{h_2^3}{48} + \frac{h_2(4h_1+h_2)^2}{16}$	

3) 質量マトリクス関係

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a [N_p]^T [N_p] dx dy =$$

ab							
	$\frac{1}{3}a^3b$						
		$\frac{1}{3}ab^3$					
			$\frac{1}{9}a^3b^3$				
4 ×				ab			
					$\frac{1}{3}a^3b$		
						$\frac{1}{3}ab^3$	
							$\frac{1}{9}a^3b^3$

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a [G]^T [N_p] dx dy =$$

ab							
			ab				
	$\frac{2}{3}a^3b$						
		$\frac{1}{3}ab^3$			$\frac{1}{3}a^3b$		
-2h ×						$\frac{2}{3}ab^3$	
a ³ b							
		$\frac{2}{9}a^3b^3$	$\frac{1}{3}a^3b$				
$\frac{1}{3}ab^3$						$\frac{2}{9}a^3b^3$	
			ab ³				
		$\frac{1}{3}a^3b^5$			$\frac{1}{5}a^5b$		
		$\frac{1}{5}ab^5$			$\frac{1}{3}a^3b^3$		

$$\int_{-b}^b \int_{-a}^a [G]^T [G] dx dy = [G_P] + \frac{h^2}{4} [G_Q] ;$$

		ab						
			ab					
				$\frac{4}{3} a^3 b$				
					$\frac{1}{3} ab^3 + \frac{1}{3} a^3 b$			
						$\frac{4}{3} ab^3$		
							$\frac{9}{5} a^5 b$	
								$\frac{4}{9} a^3 b^3 + \frac{1}{5} a^5 b$
								$\frac{1}{5} ab^5 + \frac{4}{9} a^3 b^3$
								$\frac{4}{3} a^3 b^3$
								$\frac{9}{5} ab^5$
								$\frac{3}{5} a^5 b^3 + \frac{1}{7} a^7 b$
								$\frac{1}{5} a^3 b^5 + \frac{1}{5} a^5 b^3$
								$\frac{1}{7} ab^7 + \frac{4}{5} a^3 b^5$

4) 棒要素の変位－未定係数マトリクス

$$[C_P] = \begin{bmatrix} 1 & -a & & \\ & & 1 & -a \\ 1 & a & & \\ & & 1 & a \end{bmatrix}$$

$$[C_B] = \begin{bmatrix} 1 & -a & a^2 & -a^3 \\ & 1 & -2a & 3a^2 \\ 1 & a & a^2 & a^3 \\ & 1 & 2a & 3a^2 \end{bmatrix}$$

$$[C_P]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & & \frac{1}{2} & \\ -\frac{1}{2a} & & \frac{1}{2a} & \\ & \frac{1}{2} & & \frac{1}{2} \\ & -\frac{1}{2a} & & \frac{1}{2a} \end{bmatrix}$$

$$[C_B]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{a}{4} & \frac{1}{2} & \frac{a}{4} \\ -\frac{3}{4a} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4a} & -\frac{1}{4} \\ & -\frac{1}{4a} & & \frac{1}{4a} \\ \frac{1}{4a^3} & \frac{1}{4a^2} & -\frac{1}{4a^3} & \frac{1}{4a^2} \end{bmatrix}$$

5) 棒要素の剛性マトリクス

$$\alpha = E \sum_i t_i h_i, \quad \beta = E \sum_i t_i h_i d_i, \quad \gamma = E \sum_i t_i \left\{ \frac{h_i^3}{12} + h_i d_i^2 \right\}, \quad GJ : 梁全体のねじり剛性$$

	$\alpha \frac{1}{\ell}$							
			$\gamma \frac{12}{\ell^3}$					
					$\frac{GJ}{\ell}$			
	$-\beta \frac{1}{\ell}$		$\gamma \frac{6}{\ell^2}$		$\gamma \frac{4}{\ell}$			
$[K_x] =$					$\beta \frac{1}{\ell}$	$\alpha \frac{1}{\ell}$		
			$-\gamma \frac{12}{\ell^3}$		$-\gamma \frac{6}{\ell^2}$		$\gamma \frac{12}{\ell^3}$	
					$-\frac{GJ}{\ell}$			$\frac{GJ}{\ell}$
	$\beta \frac{1}{\ell}$		$\gamma \frac{6}{\ell^2}$		$\gamma \frac{2}{\ell}$	$-\beta \frac{1}{\ell}$	$-\gamma \frac{6}{\ell^2}$	$\gamma \frac{4}{\ell}$

sym.

$$\alpha = E \sum_i t_i h_i, \quad \beta = E \sum_i t_i h_i d_i, \quad \gamma = E \sum_i t_i \left\{ \frac{h_i^3}{12} + h_i d_i^2 \right\}, \quad GJ : 梁全体のねじり剛性$$

		$\alpha \frac{1}{\ell}$						
			$\gamma \frac{12}{\ell^3}$					
		$\beta \frac{1}{\ell}$	$-\gamma \frac{6}{\ell^2}$	$\gamma \frac{4}{\ell}$				
					$\frac{GJ}{\ell}$			
$[K_y] =$								
		$-\alpha \frac{1}{\ell}$		$-\beta \frac{1}{\ell}$			$\alpha \frac{1}{\ell}$	
			$-\gamma \frac{12}{\ell^3}$	$\gamma \frac{6}{\ell^2}$			$\gamma \frac{12}{\ell^3}$	
	$-\beta \frac{1}{\ell}$	$-\gamma \frac{6}{\ell^2}$	$\gamma \frac{2}{\ell}$			$\beta \frac{1}{\ell}$	$\gamma \frac{6}{\ell^2}$	$\gamma \frac{4}{\ell}$
					$-\frac{GJ}{\ell}$			$\frac{GJ}{\ell}$