

第4章 建築物床版からの音響放射解析

4.1 音響放射に関する既往研究と当研究方法

音響放射に関する研究は、Rayleigh¹⁾をはじめとして膨大な研究がある。これらのうち、とくに閉空間への固体音放射という観点からこれらの方法を分類・整理すると、表-4.1のようになる。解析手法をまず大きく2つに分けると、厳密に振動音源と空間音場を連成系として解析する方法^{2)~7)}と、振動音源は解析条件として扱い空間音場についてのみ解析する方法がある。前者の連成系の解析は、主に板の遮音解析の分野で研究されているものであり、本研究で扱う建築物床版の固体音問題では、空間音場の解析で十分であると言える。Pan⁹⁾は理論的に、福島ら¹⁰⁾は実験的モーダル解析手法を用いてこの問題を検討しているが、通常のRC床版では殆ど連成系としての考慮は必要ないと述べている。

後者の主な解析手法としては、表に示すように幾何音響計算法、波動関数法、および数値計算法がある。幾何音響計算法は、振動板の振動速度（または加速度）の実効値と、自由音場での板の放射率を用いて放射パワーを計算し、空間を拡散音場とみなして空間平均音圧を算出するものである。そのため得られる結果は、周波数および空間に関する平均音圧のみとなり、建築物床版で問題となる低音域現象の評価においては不十分と言える。また解析精度についても、一般に大きく狂う心配はない反面、あまり高精度の結果は期待できない。

数値計算法としては、有限要素法^{11), 12)}や境界要素法^{13), 14)}（あるいは積分方程式法^{15), 16)}、その他¹⁷⁾があり、実際にも多くの適用例や計算例が示されている。これらは、空間形状の取り扱いが

表-4.1 閉空間への固体音放射解析手法の分類

閉空間への固体音放射問題の解析手法					
内容	空間音場単独の解析			振動音源と空間音場の連成解析	
	幾何音響計算	波動関数法	数値計算法 (FEM, BEM, 他)	数値計算法 (FEM, BEM, 他)	理論解析 (級数展開法)
音源振動の解析上の取扱い	単なる外部入力条件		既知の境界条件として組み込み	未知応答基として求められる	
放射計算の内容	音響放射率の計算	壁面の比音響アドミッタンス条件による音場計算		加振力による、音源部位の応答と室内音場の連成計算	
出力情報	音響放射パワー	複素音圧スペクトル（音圧波形）、空間音圧分布、他			
主な研究	Rayleigh, Stenzel, 他	Morse, 他	寺井、田中 Brebbia, 他		Pretlove, Guy Dowell, 他
制限・問題点	周波数、空間の平均音圧のみ	空気音問題を固体音問題に適用の可否	現状での方法の普及性に問題、コンピューターの容量と計算時間が過大		一部の典型的条件しか扱えない
(吸音データについて)	低音域も吸音率で問題ないか	内装材の比音響アドミッタンスデータの現場測定法がないことによるデータの蓄積不足			

自由である点や、境界値問題を数学的に厳密に扱えるなどの特徴を有する優れた方法であると言える。しかし有限要素法では、床版の振動などの2次元問題に較べ、当問題のような3次元空間を対象とすると、コンピューターの記憶容量や計算時間がかなり過大となるし、データ入力の手作業も極度に煩雑になる。次元を1つおとして2次元問題として扱える境界要素法や積分方程式法においても、係数マトリクスがフルマトリクス（有限要素法はバンドマトリクス）になることから、必ずしも記憶容量や計算時間が極端に縮小されるとも言えない。とくに、これらの方法は、1つのスペクトルの結果を求める毎に大マトリクスの連立方程式を解かなければならないため、固体音問題のように多数のスペクトル計算を行うことを前提とし、かつシミュレーション手法として実用的利用を目的とする場合には、必ずしも有利な方法であるとは言えない¹⁸⁾。

床版の音響域振動解析から得られる床版振動の情報を最大限活かせる形での音響放射解析手法として、当研究ではMorse¹⁹⁾が理論的に究明した直方体空間の波動関数を用いた方法を採用している。建築物床版の固体音問題に限れば、被放射空間となる下室の形状は殆どの場合直方体であるから、これは十分に実用的な方法であると言える。また、通常の居室程度の大きさの音場では、低音域においては幾何音響で取り扱えるような拡散状態は成立せず、空間の固有モードが互いに分離可能な程度に重畳された音場を呈することが知られている。Morseのこの方法は、空間の波動方程式を波動関数（固有モード）で展開して計算するものであることから、方法の簡便性ととも、計算精度と物理的理解の面からも有利な方法であると言える。

波動関数で与えられるこの解は（以後、当研究では波動関数解と呼ぶ）、これまで残響空間における放射パワーの決定^{20), 21), 22)}や空間の拡散性の評価^{23), 24), 25)}に盛んに利用されているものの、この方法の適用条件が厳密に検討された例はこれまで見られない。例えば、Maling²⁰⁾は壁面がかなり硬い場合の式を用いて、壁面の比音響アドミッタンス $\beta=0.05$ の場合を計算しているが、この計算条件の妥当性は必ずしも明確ではない。また固体音問題への適用に関しては、当研究をはじめ折笠²⁶⁾や福島ら²⁷⁾が、重量床衝撃音の計算方法としてこの解を用いており、実験的検証により当方法の適用の可能性を示唆しているが、いずれの場合も壁面がかなり硬い場合の式が用いられており（剛壁の場合も含む）、その適用に関する明確な検証はなされていない。さらに基本的には、固体音問題のように空間を構成する壁面の一部（あるいは一面）が振動する場合の放射音場計算に対して、この方法自体が適用できるかどうかの検討が必要であるが、この点も過去に検討された例はない。固体音問題の実用的評価方法あるいはシミュレーション手法としてこの方法を利用してゆく上では、これらの適用条件、精度を明確にしておくことは極めて重要であると言える。しかし、これらの点を実験的手法により究明することは、種々の面で困難さを伴うとともに、定量的な評価にも限界が生じることになる。本研究では、数値計算手法を用いてこれら問題点の評価・明確化を検討した。また、この音圧計算方法に関してより適用範囲の広い計算方法を提案し、併せて、これらの検証として行った固体音放射実験結果についても示している。

4.2 波動関数による固体音放射の計算方法

4.2.1 Morseによる直方体空間の音場解析

Morseにより示された直方体空間の音場解析理論について述べ、この波動関数解を用いた基本的な音圧計算方法を示す。

(a) 直方体空間の波動関数と特性値 (characteristic value)

図-4.1に示す直方体残響空間に関して、空間内の速度ポテンシャルは $+i\omega$ 系について示せば、次のようになる。

$$\phi = \cosh\left(\frac{i\pi\chi_x}{l_x}x - \psi_x\right) \cosh\left(\frac{i\pi\chi_y}{l_y}y - \psi_y\right) \cosh\left(\frac{i\pi\chi_z}{l_z}z - \psi_z\right) e^{i\omega t} \quad (4.1)$$

ここで χ_x, χ_y, χ_z は各方向の固有値であり、空間内の波数に相当する。また、 ψ_x, ψ_y, ψ_z は各方向の波動関数の原点側壁面での位相であり、いずれの量も複素量である。今、空間内の固有モード (n_x, n_y, n_z) 次のモードに関して、 x 方向の壁面のインピーダンスを、 $x=0$ において ξ_1 、 $x=l_x$ において ξ_2 とすると、 $x=0$ における境界条件は、

$$\rho c \xi_1 = -\frac{p}{\xi} \quad (4.2)$$

となる。ここで、この時の共鳴角周波数を ω_N とすれば、音圧 p 、粒子速度 ξ は式(4.1)より各々、

$$p_{x=0} = i\omega_N \rho \cosh(-\psi_x) \cosh\left(\frac{i\pi\chi_y}{l_y}y - \psi_y\right) \cosh\left(\frac{i\pi\chi_z}{l_z}z - \psi_z\right) e^{i\omega t} \quad (4.3)$$

$$\xi_{x=0} = -\frac{i\pi\chi_x}{l_x} \sinh(-\psi_x) \cosh\left(\frac{i\pi\chi_y}{l_y}y - \psi_y\right) \cosh\left(\frac{i\pi\chi_z}{l_z}z - \psi_z\right) e^{i\omega t} \quad (4.4)$$

これらを式(4.2)に代入し、アドミッタンス $\beta (=1/\xi)$ を用いて書き表せば、

$$\coth(-\psi_x) = \frac{\pi c \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x1}} \quad (4.5)$$

となる。これより、

$$-\psi_x = \coth^{-1}\left(\frac{\pi c \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x1}}\right) + k\pi i \quad (4.6)$$

となる。 $x=l_x$ での境界条件は

$$\rho c \xi_2 = \frac{p}{\xi} \quad (4.7)$$

であり、同様に計算すれば、

$$\coth(i\pi\chi_x - \psi_x) = -\frac{\pi c \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x2}} \quad (4.8)$$

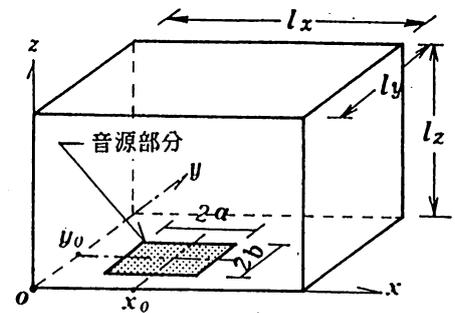


図-4.1 直方体空間の座標系と振動音源

$$i \pi \chi_x - \psi_x = -\coth^{-1} \left(\frac{\pi c \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x1}} \right) + k' \pi i \quad (4.9)$$

となる。これらをあわせれば

$$i \pi \chi_x + \coth^{-1} \left(\frac{\pi c \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x1}} \right) + \coth^{-1} \left(\frac{\pi c \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x2}} \right) + (k - k') \pi i = 0 \quad (4.10)$$

となり、ここでモード次数を考慮して $k' - k = n_x$ とおけば、

$$i \pi (\chi_x - n_x) + \coth^{-1} \left(\frac{\pi c \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x1}} \right) + \coth^{-1} \left(\frac{\pi c \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x2}} \right) = 0 \quad (4.11)$$

なる関係式がえられる。

同様に、y方向、z方向に対しても、

$$i \pi (\chi_y - n_y) + \coth^{-1} \left(\frac{\pi c \chi_y}{l_y \omega_N \beta_{y1}} \right) + \coth^{-1} \left(\frac{\pi c \chi_y}{l_y \omega_N \beta_{y2}} \right) = 0 \quad (4.12)$$

$$i \pi (\chi_z - n_z) + \coth^{-1} \left(\frac{\pi c \chi_z}{l_z \omega_N \beta_{z1}} \right) + \coth^{-1} \left(\frac{\pi c \chi_z}{l_z \omega_N \beta_{z2}} \right) = 0 \quad (4.13)$$

が得られる。これらの式の解は、共鳴モードの次数 n_x, n_y, n_z に応じて無数に存在することになる。式(4.11)～式(4.13)をここでは空間方程式と呼ぶことにする。

空間方程式を解いて特性値を求める方法は、壁面が比較的硬い場合 (fairly hard) には以下のようになる。ここでは簡単のため、全壁面とも β が一定として進める。このとき式(4.11)は、

$$i \pi (\chi_x - n_x) + 2 \coth^{-1} \left(\frac{\pi c \chi_x}{l_x \omega_N \beta_x} \right) = 0 \quad (4.14)$$

となる。壁面が比較的硬い場合、すなわち $\chi_x > l_x \omega_N \beta_x / (\pi c)$ が成立する範囲においては、

$$\coth^{-1}(z) = \frac{1}{z} + \frac{1}{3z^3} + \frac{1}{5z^5} + \dots \quad (z < 1) \quad (4.15)$$

の関係より、べき級数展開して解くことができる。例えば、式(4.14)に関して式(4.15)の第1項のみの近似を用いるとすれば、 n_x に関して分けて

1) $n_x = 0$ の時

$$i \pi \chi_x + \frac{2 \eta_x \beta_x}{\chi_x} = 0 \quad \text{より} \quad \chi_x = \sqrt{\frac{i 2 \eta_x \beta_x}{\pi}} \quad (4.16)$$

2) $n_x > 0$ の時

$$i \pi (\chi_x - n_x) + \frac{2 \eta_x \beta_x}{\chi_x} = 0 \quad \text{より} \quad \chi_x = n_x + \frac{i 2 \eta_x \beta_x}{n \pi} \quad (4.17)$$

となる。ここで、 $\eta_x = \omega_N l_x / \pi c = l_x / (\lambda / 2)$ であり、周波数パラメータと呼ばれている。

これらを、一般的な条件で解けば、

1) $n=0$; $\beta_1 \eta, \beta_2 \eta < 1$ の時

$$\chi_0 = \sqrt{\left(\frac{i \eta}{\pi} \right) (\beta_1 + \beta_2)} \left\{ 1 - \frac{i \pi}{6} \eta \frac{\beta_1^3 + \beta_2^3}{(\beta_1 + \beta_2)^2} + \dots \right\} \quad (4.18)$$

ロ) $n > 0$; $\beta_1 \eta, \beta_2 \eta < n$ の時

$$\chi_n = n + \frac{i \eta}{\pi n} (\beta_1 + \beta_2) + \frac{\eta^2}{\pi n} (\beta_1 + \beta_2)^2 + \dots \quad (4.19)$$

となる。

(b) 直方体空間の共鳴周波数

直方体空間を構成する壁の比音響アドミッタンス (β) を $i \omega$ 系として以下のように設定しておく。

$$\beta = \gamma + i \sigma = \frac{\rho c}{|z|} e^{-i\psi} \quad (4.20)$$

γ ; コンダクタンス (specific acoustic conductance)

σ ; サスセプタンス (specific acoustic susceptance)

直方体空間の N 次モードの固有値を $\omega_N + i k_N$ (k_N は制動係数) とすると、式 (4.1) の波動関数は以下の波動方程式を満足しなければならない。

$$\Delta^2 \phi_N + \frac{1}{c^2} (\omega_N + i k_N)^2 \phi_N = 0 \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} \text{ここで、} \quad \Delta^2 \phi_N &= \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \phi_N \\ &= -\pi^2 \left(\frac{\chi_{nx}^2}{l_x^2} + \frac{\chi_{ny}^2}{l_y^2} + \frac{\chi_{nz}^2}{l_z^2} \right) \phi_N \end{aligned} \quad (4.22)$$

であるから、

$$(\omega_N + i k_N)^2 = \pi^2 c^2 \left(\frac{\chi_{nx}^2}{l_x^2} + \frac{\chi_{ny}^2}{l_y^2} + \frac{\chi_{nz}^2}{l_z^2} \right) \quad (4.23)$$

となる。今、 $\chi_n = \mu_n + i \kappa_n$ として、式 (4.23) に代入し整理すると、 $k_N \ll \omega_N$ として、

$$\omega_N = \pi c \sqrt{\frac{\mu_{nx}^2 - \kappa_{nx}^2}{l_x^2} + \frac{\mu_{ny}^2 - \kappa_{ny}^2}{l_y^2} + \frac{\mu_{nz}^2 - \kappa_{nz}^2}{l_z^2}} \quad (4.24)$$

$$\text{また} \quad k_N \omega_N = \pi c \left(\frac{\mu_{nx} \kappa_{ny}}{l_x^2} + \frac{\mu_{ny} \kappa_{ny}}{l_y^2} + \frac{\mu_{nz} \kappa_{nz}}{l_z^2} \right) \quad (4.25)$$

であり、 $\eta = \omega_N l / \pi c$ の関係より

$$k_N = \pi c \left(\frac{\mu_{nx} \kappa_{ny}}{\eta_x l_x} + \frac{\mu_{ny} \kappa_{ny}}{\eta_y l_y} + \frac{\mu_{nz} \kappa_{nz}}{\eta_z l_z} \right) \quad (4.26)$$

となる。

直方体空間の壁が比較的硬い場合には、 χ_n の解は式 (4.18)、(4.19) のように与えられているので、 $\chi_n = \mu_n + i \kappa_n$ 、 $\beta = \gamma + i \sigma$ をこれらの式に代入すると、

$$\mu_n^2 - \kappa_n^2 = \begin{cases} -\frac{2\eta\sigma}{\pi} & (n=0) \\ n^2 - \frac{4\eta\sigma}{\pi} & (n>0) \end{cases} \quad (4.27)$$

$$\frac{\mu_n \kappa_n}{\eta} = \begin{cases} \frac{\gamma}{\pi} & (n=0) \\ \frac{2\gamma}{\pi} & (n>0) \end{cases} \quad (4.28)$$

となるから、波動姿態係数 (wave type factor) として、

$$e_n = 1/2 \quad (n=0 \text{ の時}) \quad , \quad 1 \quad (n>0 \text{ の時}) \quad (4.29)$$

を用いると、

$$\omega_N^2 = \pi^2 c^2 \left[\frac{n_x^2}{l_x^2} + \frac{n_y^2}{l_y^2} + \frac{n_z^2}{l_z^2} - \frac{4\sigma}{\pi} \left\{ \frac{e_{nx}\eta_{nx}}{l_x^2} + \frac{e_{ny}\eta_{ny}}{l_y^2} + \frac{e_{nz}\eta_{nz}}{l_z^2} \right\} \right] \quad (4.30)$$

$$= \omega_{0N}^2 - \frac{2c\sigma\omega}{V} (e_{nx}S_x + e_{ny}S_y + e_{nz}S_z) \quad (4.31)$$

ここで、 ω_{0N} ; 剛壁で囲まれた直方体空間の共鳴周波数

$$\left[\omega_{0N} = \pi c \sqrt{\frac{n_x^2}{l_x^2} + \frac{n_y^2}{l_y^2} + \frac{n_z^2}{l_z^2}} \right] \quad (4.32)$$

S_x ; x方向の壁の面積 (S_y, S_z も同様)

$$S_x = 2l_y l_z, \quad S_y = 2l_z l_x, \quad S_z = 2l_y l_x \quad (4.33)$$

となる。

$$S_T = e_{nx}S_x + e_{ny}S_y + e_{nz}S_z \quad (4.34)$$

とおいて、これを解くと、

$$\begin{aligned} \omega_N &= \sqrt{\omega_{0N}^2 + \left(\frac{c\sigma S_T}{V} \right)^2} - \frac{c\sigma S_T}{V} \\ &\approx \omega_{0N} - \frac{c\sigma S_T}{V} \end{aligned} \quad (4.35)$$

となる。また、この式を用いれば、比較的硬い壁の場合の直方体空間の ω_N の実測値と、 ω_{0N} の計算値の差から、壁面の平均サスセプタンス(σ)を求めることもできる。

制動係数に関しては、式(4.28)を式(4.26)に代入すれば、

$$\begin{aligned} k_N &= \pi c \left[\frac{2e_{nx}\gamma}{\pi l_x} + \frac{2e_{ny}\gamma}{\pi l_y} + \frac{2e_{nz}\gamma}{\pi l_z} \right] \\ &= \frac{c\gamma S_T}{V} \end{aligned} \quad (4.36)$$

式(4.35)、式(4.36)をまとめて示せば、

$$\omega_N + i k_N = \omega_{0N} + i \frac{c\beta S_T}{V} \quad (4.37)$$

となる。

(c) 空間内音圧の計算式

直方体空間内の音圧は、固有関数による級数展開法を用いて計算できる。今、音源の分布を $q(x, y, z)$ とする。これを、式(4.1)の波動関数で級数展開すると、

$$q(x, y, z) = \sum_N Q_N \phi_N \cdot e^{i\omega t} \quad (4.38)$$

ここで展開係数 Q_N は、

$$Q_N = \frac{1}{\Lambda_N} \iiint q(x', y', z') \phi_N(x', y', z') dx' dy' dz' \quad (4.39)$$

となる。なお、 Λ_N は規準化因数(normalized factor)であり

$$\Lambda_N = \iiint \phi_N^2 dV = \Lambda_l \Lambda_m \Lambda_n \quad (4.40)$$

である。

音圧に関しても同様に展開すると、

$$p(x, y, z) = \sum_N A_N \phi_N \cdot e^{i\omega t} \quad (4.41)$$

となる。ここで、音源と空間音圧に関しては、波動方程式として

$$\Delta^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\rho \frac{\partial q}{\partial t} \quad (4.42)$$

なる関係があり、これに式(4.38), (4.41)を代入すれば、

$$\Delta^2 \left(\sum_N A_N \phi_N \right) + \frac{\omega^2}{c^2} \sum_N A_N \phi_N = -i \omega \rho \sum_N Q_N \phi_N \quad (4.43)$$

となる。各モードの波動関数には、式(4.21)の関係があるから、これを式(4.43)に代入すれば、

$$\sum_N A_N \phi_N \left\{ \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{1}{c^2} (\omega_N + i k_N)^2 \right\} = -i \omega \rho \sum_N Q_N \phi_N \quad (4.44)$$

これより A_N を求めれば、

$$A_N = -i \omega \rho c^2 \frac{Q_N}{\omega^2 - (\omega_N + i k_N)^2} \quad (4.45)$$

となる。この式(4.45)および式(4.39)を式(4.41)に代入すれば、

$$p(\omega) = -i \omega \rho c^2 \sum_N \frac{\iiint q \phi_{N,S} dx dy dz \phi_{N,P}}{\Lambda_N \{ \omega^2 - (\omega_N + i k_N)^2 \}} e^{i\omega t} \quad (4.46)$$

となり、音圧の計算式が求められる。ここで $\phi_{N,S}, \phi_{N,P}$ は各々 N 次共鳴モードの音源位置、計算位置に関する波動関数の値を示している。

また、式(4.40)を実際に計算すると、

$$\Lambda_{nx} = \frac{l_x}{2} \left\{ 1 + \frac{\frac{i \omega_N l_x \beta_{x1}}{\pi^2 C}}{\chi_{i^2} - \left(\frac{\omega_N l_x \beta_{x1}}{\pi C} \right)^2} + \frac{\frac{i \omega_N l_x \beta_{x2}}{\pi^2 C}}{\chi_{i^2} - \left(\frac{\omega_N l_x \beta_{x2}}{\pi C} \right)^2} \right\} \quad (4.47)$$

となる。壁が比較的硬い場合には、式(4.18)、(4.19)を用いて式(4.40)を計算すれば、

$$\Lambda_{nx} = \left\{ \begin{array}{ll} l_x \left(1 - i \frac{\pi \eta_x \beta}{4} \right) & (n=0, \eta_x \beta < 1) \\ \frac{l_x}{2} \left(1 + i \frac{2 \eta_x \beta}{\pi n^2} \right) & (n > 0, \eta_x \beta < n) \end{array} \right\} \quad (4.48)$$

となる。 Λ_{ny} 、 Λ_{nz} についても同様である。

4.2.2 逐次近似法による空間固有値の計算

(a) 逐次近似法の適用

これまで示したように、直方体空間の壁がかなり硬い場合には、空間方程式をべき級数に展開して、各 x , y , z の方向ごとに空間固有値の値を求めることができる。この時の、壁が硬いという条件は、級数展開するための条件であり、

$$\frac{\pi C \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x1}} > 1 \quad (4.49)$$

である。これは、単に壁面のアドミッタンス条件だけでなく、空間の大きさ (l_x, l_y, l_z) が大きくなった場合や、共鳴周波数 (ω_N) が高くなった場合にも適用範囲からはずれてくることがあることを示している。実用的な音場計算方法として波動関数解を利用する場合に、式 (4.49) のような制限を含んでいると、適用範囲および適用精度が不明確となるので極めて都合が悪い。そこで当研究では、これらの制限を受けないで解析が可能となる方法を検討した。

空間内の音圧は、空間固有値が決定されれば式 (4.46) により計算できる。(n_x, n_y, n_z) モードの空間固有値は、

$$i \pi (\chi_x - n_x) + \coth^{-1} \left(\frac{\pi C \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x1}} \right) + \coth^{-1} \left(\frac{\pi C \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x2}} \right) = 0 \quad (4.50)$$

$$i \pi (\chi_y - n_y) + \coth^{-1} \left(\frac{\pi C \chi_y}{l_y \omega_N \beta_{y1}} \right) + \coth^{-1} \left(\frac{\pi C \chi_y}{l_y \omega_N \beta_{y2}} \right) = 0 \quad (4.51)$$

$$i \pi (\chi_z - n_z) + \coth^{-1} \left(\frac{\pi C \chi_z}{l_z \omega_N \beta_{z1}} \right) + \coth^{-1} \left(\frac{\pi C \chi_z}{l_z \omega_N \beta_{z2}} \right) = 0 \quad (4.52)$$

の空間方程式と、波動方程式より得られる、

$$(\omega_N + i k_N)^2 - \pi^2 C^2 \left[\frac{\chi_x^2}{l_x^2} + \frac{\chi_y^2}{l_y^2} + \frac{\chi_z^2}{l_z^2} \right]^2 = 0 \quad (4.53)$$

の4式によって決定される。この時の未知数は $\chi_x, \chi_y, \chi_z, (\omega_N + i k_N)$ であり、いずれも複素量である。これらの式は非線形の複素連立方程式となるため、解析的に解くことは困難である。そこで当研究では、これを逐次近似法を用いて無条件に解くことを検討した。解法は、収束次数2位の反復法であるNewton-Raphson法を用いた。連立方程式に対するNewton-Raphson法の反復式²⁸⁾は、

$$\{z_{r+1}\} = \{z_r\} - \alpha [J(z)]^{-1} \{f\} \quad (4.54)$$

α ; 修正ベクトルのステップ幅

$[J(z)]^{-1}$; ヤコビアン行列

$\{f\}$; 解析対象関数

となる (r は反復回数を示す) が、このまま計算すると時間がかかるため、ここでは以下の簡略法を用いた。すなわち、式 (4.50) ~ 式 (4.52) の各式に1変数のNewton-Raphson法を適用し、得られた近似値を式 (4.53) に代入し反復する方法を用いた。式 (4.50) の x 方向に関する反復式を示すと、

$$\chi_{x, r+1} = \chi_{x, r} - f(\chi_{x, r}) / f'(\chi_{x, r}) \quad (4.55)$$

$$f(\chi_x) = i\pi(\chi_x - n_x) + \coth^{-1}\left(\frac{\pi C \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x1}}\right) + \coth^{-1}\left(\frac{\pi C \chi_x}{l_x \omega_N \beta_{x2}}\right) \quad (4.56)$$

$$f'(\chi_x) = i\pi + \frac{1}{\frac{l_x \omega_N \beta_1}{\pi C} \left[1 - \left(\frac{\pi C \chi_x}{l_x \omega_N \beta_1}\right)^2\right]} + \frac{1}{\frac{l_x \omega_N \beta_2}{\pi C} \left[1 - \left(\frac{\pi C \chi_x}{l_x \omega_N \beta_2}\right)^2\right]} \quad (4.57)$$

となる。y, zの場合も同様である。

この場合とくに注意を要するのは初期値の設定であり、逆双曲線余接関数の不連続性を考慮して適正な方向から収束させなければならない。すなわち、壁面のsusceptance (σ_1, σ_2) の値に応じて、

$$\begin{aligned} \sigma_1 + \sigma_2 < 0 \text{ の時} \quad \chi_{n_x} &= (n_x + \varepsilon) + i\varepsilon \\ \sigma_1 + \sigma_2 > 0 \text{ の時} \quad \chi_{n_x} &= (n_x - \varepsilon) + i\varepsilon \end{aligned} \quad (4.58)$$

(n_x はモード次数、 ε は微小値を示す) とすることが必要である。

(b) 固体音放射の計算

固体音放射による空間音圧の計算は以下ようになる。図-4.1に示す座標系においてxy面の壁がピストン振動している場合は、式(4.46)の音源に関する積分をそのまま実行して、

$$A_N = \int_{-b}^b \int_{-a}^a v_0(x, y) \phi_{N,S}(x, y, z_0) dx dy \quad (4.59)$$

$$= -\frac{4l_x l_y}{\pi^2 \chi_x \chi_y} \sinh\left(\frac{i\pi \chi_x a}{l_x}\right) \sinh\left(\frac{i\pi \chi_y b}{l_y}\right) \phi_N(x_0, y_0, z_0) v_0 \quad (4.60)$$

となる。これはちょうど、音源の大きさを表す項と音源位置の座標を表す項に分離された形となる。音源の大きさに関しては、式(4.60)を変形すると、(簡便のため、 $\chi_x = n_x, \chi_y = n_y$ として示す)

$$A_N / \phi(x_0, y_0, z_0) = 4ab \left\{ \sin\left(\frac{n_x \pi a}{l_x}\right) \Big/ \frac{n_x \pi a}{l_x} \right\} \left\{ \sin\left(\frac{n_y \pi b}{l_y}\right) \Big/ \frac{n_y \pi b}{l_y} \right\} \quad (4.61)$$

$$\equiv \alpha_x \alpha_y S \quad (4.62)$$

となり、共鳴モードの波長 ($2l_x/n_x$) と音源寸法 ($2a$) の比の関数として表され、この α_x, α_y を図示すると図-4.2のとおりとなる。これは、残響空間の2点間の相関係数の式²⁹⁾と同じ形である。共鳴モードの波長に較べて音源の寸法が小さい時には α_x, α_y は1となること

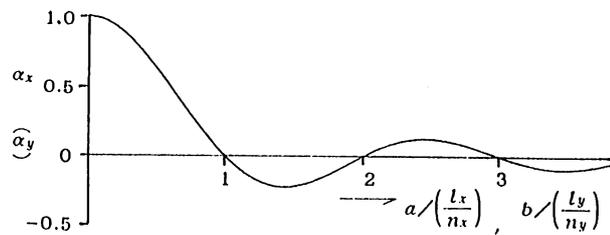


図-4.2 ピストン振動音源と共鳴モードの波長の関係

から、これは面音源を点音源と扱うときの体積速度の補正量に相当するものであると言える。すなわち、ピストン振動板を点音源とみなして計算する場合には、式(4.61)のような補正を考慮しなければならず、その補正は各共鳴モードの波長に依存することになる。

以上はピストン振動音源の場合であるが、より一般的な状況である、音源が曲げ振動をしている場

合の音圧は以下のように計算される。まず曲げ振動している音源を、図-4.3に示すように適当な大きさに分割されたピストン振動板の集まりとみなす。この時のk番目の要素に関する音源の積分は、式(4.61)より、

$$A_{N,k} = -\frac{4l_x l_y}{\pi^2 \alpha_x \alpha_y} \sinh\left(\frac{i\pi \alpha_x a_k}{l_x}\right) \sinh\left(\frac{i\pi \alpha_y b_k}{l_y}\right) \phi_N(x_k, y_k, z_0) \quad (4.63)$$

であり(要素の大きさ $2a_k \times 2b_k$ 、 (x_k, y_k) は要素中心の位置)、式(4.46)の音源全体に関する積分値は、これらの級数和として与えられるから、

$$p = -i\omega\rho c^2 \sum_N \frac{\Gamma_N \phi_{N,P}}{\Lambda_N \{\omega^2 - (\omega_N + i k_N)^2\}} \quad (4.64)$$

$$\text{ここで、} \Gamma_N = \sum_k v_k(\omega) A_{N,k} \quad (4.65)$$

となる。 $v_k(\omega)$ は、曲げ振動のスペクトル成分を表す。

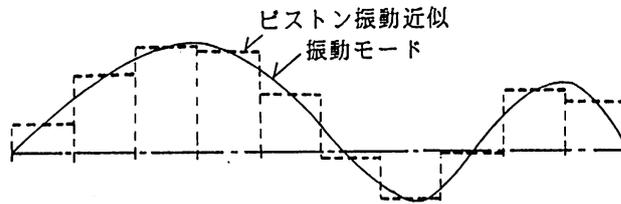


図-4.3 曲げ振動音源の離散化とピストン振動音源置換

4.3 数値計算による波動関数解の適用検討

本来、空気音の解析を対象としている波動関数解を固体音問題に適用するためには、基本的に明確にしておかなければならないいくつかの事項がある。ここでは、これを数値計算により検討した。主な検討項目は、

- 1) 境界条件の相違の影響
- 2) fairly hard解の誤差
- 3) 音源の離散化による誤差

である。なお、ここでの各検討においては、壁面の吸音条件として、1) かなり硬い(fairly hard)場合、2) 吸音性の場合、3) 通常の居室に近い条件の場合、の3通りを想定し、各々の場合の比音響アドミッタンス値 (β) を表-4.2の通りに設定し計算に用いている。

表-4.2 壁面の比音響アドミッタンスの設定値

壁面吸音条件	設定アドミッタンス ($\beta = \gamma + i\sigma$)	平均吸音率 換算値*	備考
かなり硬い場合	0.01-i 0.01	0.073	
吸音性の場合	0.10+i 0.10	0.471	
通常の居室に近い場合	0.02-i 0.05	0.133	実測値を参考に設定

* 式(4.89)より

4.3.1 境界条件の影響に関する検討

波動関数解では、4.2章で示したように、空間の境界条件を壁面のアドミッタンス値で規定している。しかし、固体音問題では壁面自体が振動しているのであるから、厳密には音源部分の境界条件を振動速度分布で与えて解かなければならない。すなわち、振動音源に接する部分の媒質の粒子速度は、音源の振動速度に一致しなければならないが、波動関数法で求められる共鳴モードの粒子速度は式(4.4)の

形で与えられることになり、この部分の連続性は確保されないことになる。この境界条件の相異が計算結果にどの程度の影響を与えるかを明確にしておくことは、固体音問題に対する波動関数解の適用の可否に関わる基本的かつ重要な問題である。このためには、3次元空間での厳密解と波動関数解の結果を比較すればよいが、この厳密解を得ることは困難であり、FEMや積分方程式などの離散的計算手法を用いても精度が不明確となる。したがってここでは、理論解の得られる1次元問題に関する検討結果により、この境界条件の影響を評価することとした。

図-4.4に示すような、1次元の波動が成立している空間を想定する。すなわち、音の波長は空間の断面積に比して十分に大きいとし、周壁での摩擦は一切無視できるものとする。今、一方の壁面が $v e^{i\omega t}$ で振動し、他方の壁面がアドミッタンス β で規定されているものとする。この時の厳密解は

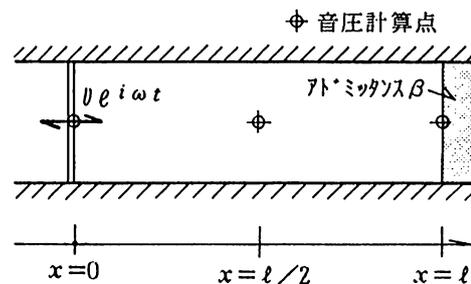


図-4.4 1次元空間の解析条件

次のとおりなる。まず空間の波動方程式は、

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + k^2 \phi = 0 \quad (4.67)$$

であり、この解は周知のように進行波と後退波の合成として、

$$\phi = A e^{i(\omega t - kx)} + B e^{i(\omega t + kx)} \quad (4.68)$$

となる³⁰⁾。A, Bは境界条件により決定される係数であり、 k は波長定数である。式(4.58)の速度ポテンシャルから粒子速度をもとめると

$$\xi = -\frac{d\phi}{dx} = i k A e^{i(\omega t - kx)} - i k B e^{i(\omega t + kx)} \quad (4.69)$$

$x=0$ において $\xi = v e^{i\omega t}$ の条件により、

$$i k A - i k B = v \quad (4.70)$$

また、音圧は

$$p = \rho \frac{d\phi}{dt} = i \omega \rho \{ A e^{i(\omega t - kx)} + B e^{i(\omega t + kx)} \} \quad (4.71)$$

であり、 $x=l$ において比音響アドミッタンスが β であるから

$$\frac{p}{\xi} = \frac{\rho c}{\beta} \quad (4.72)$$

これに、式(4.69)、(4.71)を代入して整理すると、

$$A(\beta - 1)e^{-ikl} + B(\beta + 1)e^{ikl} = 0 \quad (4.73)$$

となる。式(4.70)、(4.73)よりA, Bを求めると、

$$A = \frac{v}{ik} \frac{(\beta + 1)e^{ikl}}{(\beta - 1)e^{-ikl} + (\beta + 1)e^{ikl}} \quad (4.74)$$

$$B = \frac{v}{ik} \frac{-(\beta - 1)e^{-ikl}}{(\beta - 1)e^{-ikl} + (\beta + 1)e^{ikl}} \quad (4.75)$$

となる。これを、式(4.69)、(4.71)に代入して整理すると

$$p = \rho c v \frac{(\beta + 1)e^{ik(l-x)} - (\beta - 1)e^{-ik(l-x)}}{(\beta + 1)e^{ikl} + (\beta - 1)e^{-ikl}} e^{i\omega t} \quad (4.76)$$

$$\xi = v \frac{(\beta + 1)e^{ik(l-x)} + (\beta - 1)e^{-ik(l-x)}}{(\beta + 1)e^{ikl} + (\beta - 1)e^{-ikl}} e^{i\omega t} \quad (4.77)$$

となる。

ここで、空間内を伝搬するベクトルパワーを計算してみると、

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} \int p \xi^* ds \\ &= \frac{1}{2} \rho c |v|^2 S \frac{\beta + i(\beta^2 - 1) \sin k(l-x) \cos k(l-x)}{\beta \cos^2 k l + \sin^2 k l} \end{aligned} \quad (4.78)$$

となる(*は共役複素数を表す)。実際に伝搬する音響パワーは、 $\Re(W)$ (実数部を表す)であり、

この値は式(4.78)に示されるように、 x 方向の位置に無関係に常に一定となり（虚数部は位置により変化する）、 $x=0$ でピストン板から放射されたパワーがそのままの状態で行き渡している様子を表している。このピストン振動板の体積速度は $Q=vs$ であり、

$1/2 \cdot \rho c |v|^2 s$ は自由音場での放射パワーである。したがって、同じ体積速度のピストン振動板でも、その放射パワーは自由音場と残響

音場では異なり、残響音場では、自由音場の放射パワーに、

$$g = \frac{\beta}{\beta^2 \cos^2 k l + \sin^2 k l} \quad (4.79)$$

が掛かった形となり、周波数に関してpeak-dipを持つことになる。

式(4.79)のpeak-dipは、図-4.5のように周期 π の関数であり、最大値は $1/\beta$ 、最小値は β となる。この場合のpeak-dip ratioは $1/\beta^2$ となり、 $\beta=1$ の時にはpeak-dipは生じず、ピストン板の放射パワーも自由音場の値に一致する。また、注目すべき点として、式(4.79)の値を1周期について平均すると、

$$\begin{aligned} \bar{g} &= \frac{1}{\pi} \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \frac{\beta}{\beta^2 \cos^2 x + \sin^2 x} dx \\ &= \frac{1}{\pi} \left[\tan^{-1} \left(\frac{1}{\beta} \tan x \right) \right]_{\pi/2}^{3\pi/2} = 1 \end{aligned} \quad (4.80)$$

となり、自由音場の値に一致することになる。以上が1次元音場の理論式とその特性である。

境界条件の相違の影響の検討として、この1次元音場の理論式から得られる式(4.76)の音圧と、これを波動関数解で計算した場合の比較を行う。波動関数解の場合の音圧は既に示した式(4.46)で与えられるが、この場合は1次元空間であるので、波動関数は、

$$\phi = \cosh \left(\frac{i \pi \chi_x}{l_x} x - \psi_x \right) \quad (4.81)$$

となり、規準化因数は $\Lambda_N = \Lambda_l$ となる。 χ_x は式(4.11)によって決定される。なお、この時の空間の共鳴周波数と制動係数は $\omega_N + i k_N = \pi c \chi_x / l_x$ となる。

これらの理論式と波動関数解の計算結果の比較を図-4.6に示した。厳密解と波動解の両者の結果は、ピーク部分とディップ部分に若干の差を生じる傾向があるが、全体的な特性はよく一致しており、基本的に波動解の適用が可能であることを示している。空間中央の計算点は両者の差が最も明確に表れる点であり、波動関数解では対象条件、理論式では非対象条件となるため、これに起因する誤差が小さなピークとなって表れている。これらのスペクトルでの結果をオクターブバンドごとに合成して比較したものが表-4.3であり、両者の差は概ね4dB未満となっている。この値は必ずしも小さい値では

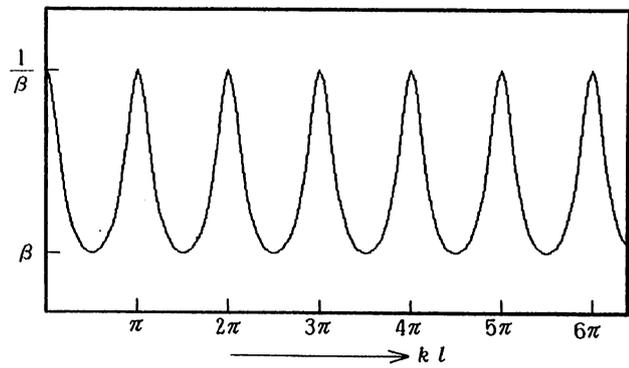
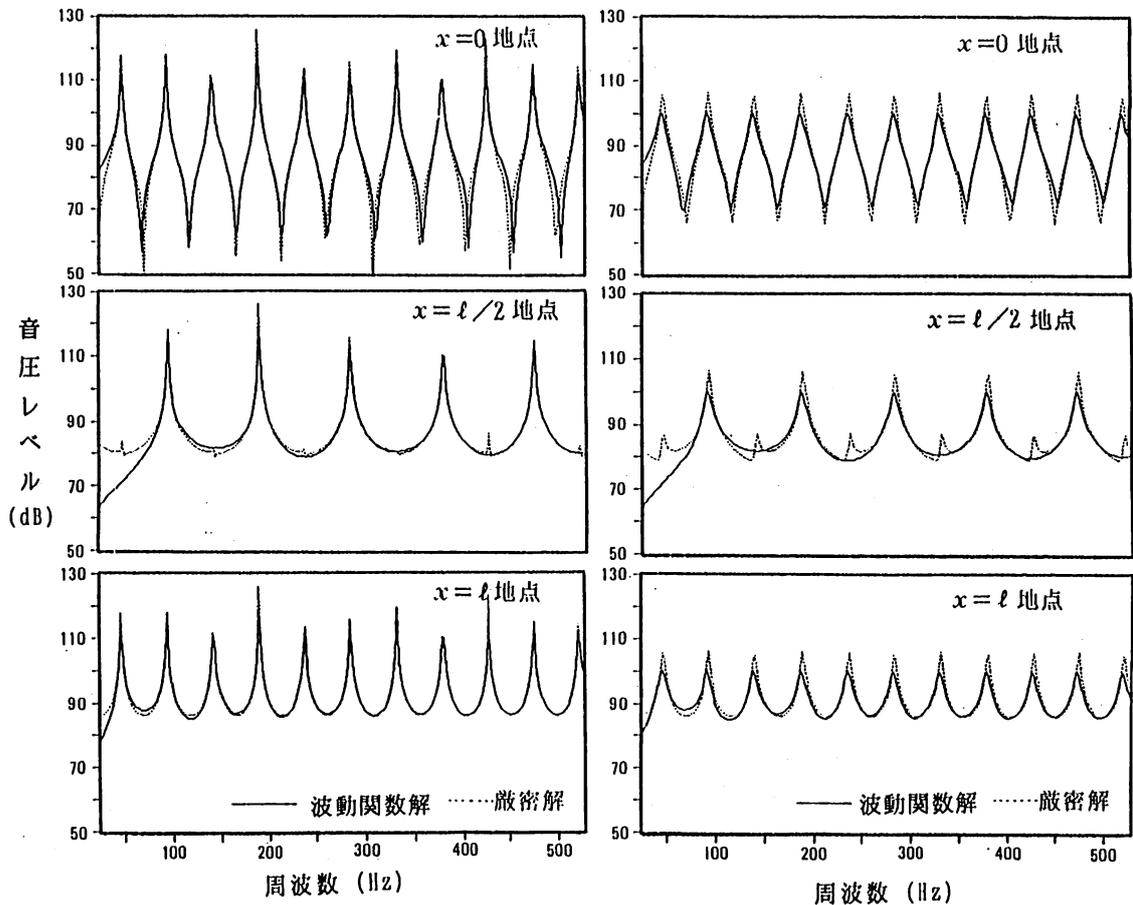


図-4.5 1次元空間の放射パワーの周波数特性



(a) 壁面がかなり硬い場合 ($\beta = 0.01 - i0.01$) (b) 壁面が吸音性の場合 ($\beta = 0.10 + i0.10$)

図-4.6 1次元空間における波動関数解と厳密解の比較

表-4.3 オクターブバンド音圧レベルでの波動関数解と厳密解の誤差

中心周波数 (Hz)	かなり硬い場合 $\beta = (0.01, -0.01)$			居室に近い場合 $\beta = (0.02, -0.05)$			吸音性の場合 $\beta = (0.10, 0.10)$		
63	-2.7	-1.9	-2.6	-3.5	-2.8	-3.3	-3.9	-0.5	-2.4
125	-2.8	-3.5	-2.8	-3.1	-2.9	-3.1	-3.6	-3.0	-3.3
250	-3.2	-4.3	-3.2	-3.1	-3.1	-3.0	-3.3	-3.1	-3.1
500	-3.0	-2.5	-2.9	-3.1	-3.2	-3.0	-3.1	-3.1	-3.0

数値 = (波動関数解) - (厳密解) ; 単位 dB

表中の3つの数値は、左より $x=0$, $x=l/2$, $x=l$ の点での値

ないが、この条件は、1次元問題で片面がピストン振動している場合であり、これは最も誤差の大きくなる限界値を与えていることになる。一般的な固体音問題としては、3次元空間のうち音源面を含む1方向のみが境界条件の相異を生じるだけであり、この誤差を単純に3方向で平均して評価すると1.8dBの誤差に下がる。また実際の室内での共鳴モードは、斜めモードや界面モードの影響が支配的であり、この場合の誤差は軸モードよりも小さくなるであろう。更に、音源面がモード振動している場合にはピストン振動の場合より誤差は小さくなると考えられる。したがって、精密な値は不明である

が、実際上の誤差は1dB程度になると推察され、実用的には境界条件の相異は無視し得るものと考えられる。ただし、特殊な場合ではあるが、評価する周波数帯域において、音源面に垂直な軸モードのみが卓越する場合は、上記で示した1次元問題に近い程度の誤差が生じることもあるので留意が必要となる。

4.3.2 fairly hard解の誤差と計算共鳴モード数の影響

過去に見られる波動関数解を用いた研究は、殆どが剛壁の場合の解、あるいは壁面がかなり硬い場合の解を用いて、音圧または音響パワーの計算を行っているが、これらの解の適用に関する条件が、具体的かつ精密に検討された例は見あたらない。当研究では、4.2.2章で示した逐次近似解を用いることにより、十分な精度で厳密解に近い値を得られることから、これとの比較によりfairly hard解の適用精度と問題点を検討した。この場合、計算に用いる共鳴モードの数が重要な条件となることから、最低限必要なモード数の把握検討も含め、モード数を主なパラメータとして検討を行った。

検討結果を図-4.7(a)~(c)に示した。これらは式(4.46)の音圧計算を行うに当たって、各計算周波数に近い共鳴モードから順番に加算していった時の、fairly hard解と逐次近似解の比較を示したものである。計算条件は図-4.1に同じであり、音源としては空間寸法の1/10(寸法比)部分がピストン振動している場合とし、計算点はすべての共鳴モードを考慮するため隅角部とした。

まず、図-4.7(a)の壁面がかなり硬い場合の条件では、fairly hard解、逐次近似解とも殆ど同一の結果であり、モード数も320個程度でほぼ完全に収束している。(b)の場合も、ほぼ同様の傾向であるが、(a)の場合と較べfairly hard解に若干の誤差が生じている。一方、(c)の吸音性の場合には、両者の結果に大きな差が生じている。まず逐次近似解の場合は、(a)、(b)の場合と同様に、計算モード数320個程度以上でいずれの結果も一定値に収束しており、この方法の妥当性を示す結果となっている。これに較べfairly hard解の場合には、63Hz~250Hzの低い周波数においては、モード数を増やしていくと一旦は収束するが、モード数がある値以上になると急激に音圧の値が大きくなり、発散してしまう。この時のモード数は、周波数が高くなるにしたがって小さくなり、250Hzではモード数320個で発散がはじまり、500Hzでは最初から全く異なった値となり、その誤差は15dB程度にもなっている。これらの原因は、先に示した式(4.49)の条件によるものであると言える。すなわち、計算周波数が高い場合には、それに応じて音圧に寄与する共鳴モードの周波数も高くなることから、式(4.49)の条件をはずれる共鳴モードの影響が大きく表れてくることになる。これらは精度上たんなる誤差の蓄積となり、これを防ぐため、かりに式(4.49)の条件からはずれる共鳴モードを除外すると、今度は必要なモード数が不足して正確な値に収束しない結果になる。また式(4.49)の条件は空間の大きさにも関係し、空間寸法が大きくなるとfairly hard解の誤差も大きくなる結果となる。以上の結果のように、fairly hard解では、壁面の吸音条件、計算周波数、空間寸法の複数の条件により、明確に評価できない誤差を含むことになる。したがって、一般建築物の空間に対して、このfairly hard解を用いることは基本的に好ましくなく、当研究で示している逐次近似解などの無条件で収束する解を用いて計算を行うことが望ましいと言える。なお、この時の計算モード数は、320~640個程度以上必要である。

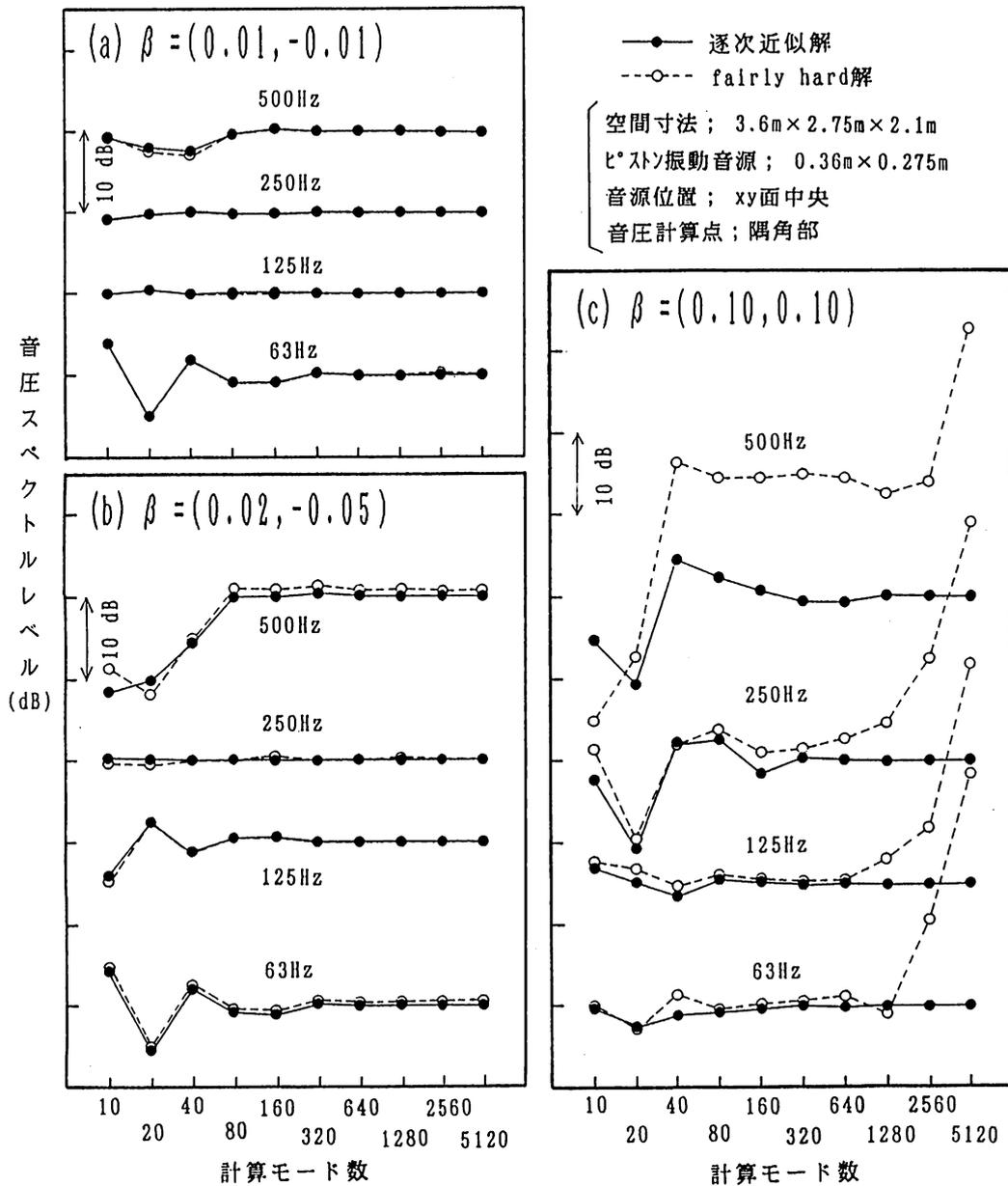


図-4.7 逐次近似解とfairly hard解の比較

fairly hard解より更に粗い近似方法として、剛壁の場合と fairly hardの場合の式を混合して用いる計算方法がこれまで良く見られる。すなわち、波動関数 ϕ_N 、共鳴周波数 ω_N 、規準化因数 Λ_N は剛壁の場合の式をそのまま使い、制動係数に

してのみ fairly hard解から導かれる、

$k_N = c \bar{\alpha} S / 8V$ ($\bar{\alpha}$ は室内平均吸音率、 S は室内総吸音率)を用いるものである。この計算方法による結果の精度を、上記と同様に逐次近似解を厳密解として比較すると表-4.4の通りとなる。この場合には、fairly hard解とは異なり、

表-4.4 剛壁の式による解と逐次近似解の比較

吸音条件 $\beta(\gamma, \sigma)$	周波数 (Hz)			
	63	125	250	500
(0.01, -0.01)	0.6	-3.9	-2.3	-3.3
(0.02, -0.05)	2.8	9.0	5.0	-4.6
(0.10, 0.10)	-4.7	0.3	5.1	5.2

数値 = (剛壁の式) - (逐次近似解) ; 単位 dB

計算モード数が増えても計算値は発散せず一定値に収束はするが、表に示すように、計算結果にかなりの誤差が生じており、一般的な居室を想定した吸音条件では5dB程度の差になり、明らかに計算精度を確保することはできない。したがって、ほぼ剛壁とみなせる残響室などの場合を除いて、この方法は用いられるべきではないと言える。

4.3.3 離散化誤差の検討

4.2章で示したように、音源である振動板が不規則振動している場合には、図-4.3に示すように、この部分を分割して離散的に取り扱わなければならない。ここでは、空間の音圧計算に関して離散化に伴う誤差がどの程度の値になるかを、数値計算により検討した。方法としては、音源がモード振動している場合を想定し、この場合の厳密解による結果と離散化計算した場合の結果を比較した。

既に示した図-4.1の、面積 $2a \times 2b$ の音源部分が (m, n) モードで振動している場合には、その振動速度分布は、

$$v(x, y) = v_0 \sin \frac{m\pi \{x - (x_0 - a)\}}{2a} \sin \frac{n\pi \{y - (y_0 - b)\}}{2b} \quad (4.82)$$

であり、これを式(4.46)に代入して音源に関する積分を実行すると、空間内の音圧は、

$$\begin{aligned} p &= -i\omega\rho c^2 \sum_N \iint \frac{v(x, y) \phi_{N, s} dx dy \phi_{N, P}}{\Lambda_N \{\omega^2 - (\omega_N + i k_N)^2\}} \\ &= -i\omega\rho c^2 v_0 \sum_N \frac{I_x I_y \cosh(-\psi_z) \phi_{N, P}}{\Lambda_N \{\omega^2 - (\omega_N + i k_N)^2\}} \end{aligned} \quad (4.83)$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} I_x &= \int_{x_0-a}^{x_0+a} \sin \frac{m\pi \{x - (x_0 - a)\}}{2a} \cosh \left\{ \frac{i\pi \chi_x}{l_x} x - \psi_x \right\} dx \\ &= \frac{1}{f_{x1}} \sin(f_{x1} x_0 - g_{x1}) \sin(f_{x1} a) + \frac{1}{f_{x2}} \sin(f_{x2} x_0 - g_{x2}) \sin(f_{x2} a) \end{aligned} \quad (4.84)$$

$$\begin{aligned} f_{x1} &= \frac{m\pi l_x + 2a \chi_x \pi}{2a l_x}, & g_{x1} &= \frac{m\pi (x_0 - a)}{2a} - i\psi_x \\ f_{x2} &= \frac{m\pi l_x - 2a \chi_x \pi}{2a l_x}, & g_{x2} &= \frac{m\pi (x_0 - a)}{2a} + i\psi_x \end{aligned} \quad (4.85)$$

y 方向に関しても同様に、

$$I_y = \frac{1}{f_{y1}} \sin(f_{y1} y_0 - g_{y1}) \sin(f_{y1} b) + \frac{1}{f_{y2}} \sin(f_{y2} y_0 - g_{y2}) \sin(f_{y2} b) \quad (4.86)$$

$$\begin{aligned} f_{y1} &= \frac{n\pi l_y + 2b \chi_y \pi}{2b l_y}, & g_{y1} &= \frac{n\pi (y_0 - b)}{2b} - i\psi_y \\ f_{y2} &= \frac{n\pi l_y - 2b \chi_y \pi}{2b l_y}, & g_{y2} &= \frac{n\pi (y_0 - b)}{2b} + i\psi_y \end{aligned} \quad (4.87)$$

となる。

式(4.82)の振動速度分布を離散化して計算する場合の音圧は、式(4.64)～(4.66)で求められる。計算条件は、xy壁面全体が(1,1)モードで振動している場合、および(4,4)モード振動の場合とした。吸音条件は、壁面がかなり硬い場合であり、音圧は空間内27点の平均音圧である。

図-4.8に計算結果を示した。図-4.8(a)の(1,1)モードの結果では、4×4分割の場合で離散化誤差が1dB程度であり、図-4.8(b)の(4,4)モードの場合では、16×16分割でほぼ同様の結果になっている。ここで注目すべき点は、計算周波数が高くなった場合でも、系統的かつ大きな誤差が生じていないことである。すなわち、計算周波数が高くなると、音圧決定に係わる主要な共鳴モードの周波数も高くなるが、この時の音の波長は音圧決定の離散化誤差には関係せず、音源である振動板のモード（すなわち波長）によってのみ決定されることになる。

これらの結果より、計算精度上確保すべき分割数は、計算対象とする音源振動の半波長に対して4分割以上であることが望ましく、これは離散化に関して言われているこれまでの知見とほぼ同様であると言える。

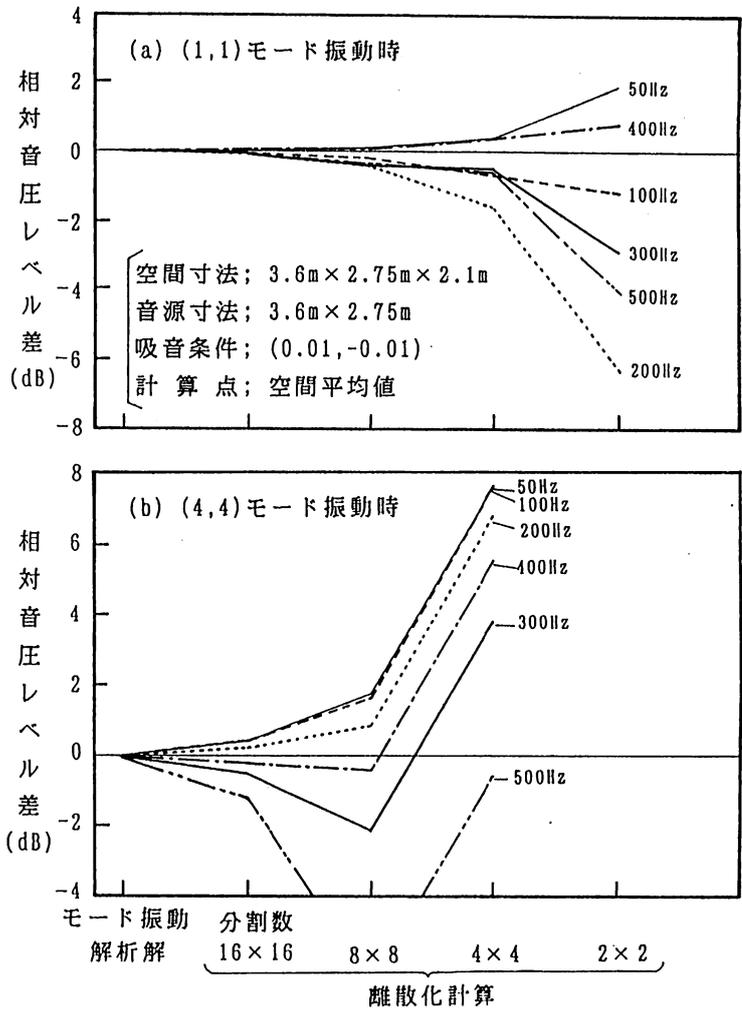


図-4.8 モード振動音源の離散化計算時の誤差

4.4 固体音放射実験による検証

数値解析により検討してきた上記の結果と、当研究における音圧計算方法の検証のために、寸法比で実際の居室の1/2程度に相当する模型空間を製作し、固体音に関する実験を行った。音源に関して2種類の条件を設定し、

- 1) 比較的小面積部分がピストン振動している場合
- 2) 壁面の一面全体が不規則に曲げ振動している場合

について実験した。この実験条件の一覧を表-4.5に示した。また、この実験空間の剛壁を仮定した時の共鳴周波数の分布を図-4.9に示した。なお、実際の壁面の構成材料としては石膏ボード（ ϕ 12の2枚乱貼り）を用いている。

表-4.5 固体音放射実験の条件一覧

実験番号	音源の振動条件	音源の大きさ	加振方法	壁面吸音条件
1	ピストン振動 (定常振動)	壁面の一部 (0.36m×0.275m)	シェーカーによる ホワイトノイズ 加振	壁面A; fairly hard
				壁面B; 吸音性壁面
2	曲げ振動 (衝撃振動)	壁面一面全体 (1.7m×1.3m)	テニス硬球 自由落下	壁面A; fairly hard

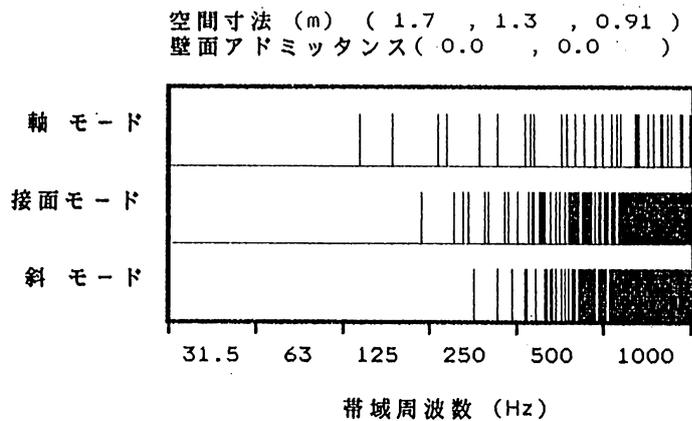


図-4.9 実験空間の共鳴周波数の分布図 (剛壁空間仮定時)

4.4.1 壁面の吸音条件と比音響アドミッタンスの測定結果

模型表面の吸音条件は以下の2種とした。

- (a) 壁面A; fairly hard ---- 壁面材料の石膏ボード素地の場合
- (b) 壁面B; 吸音性 ----- グラスウール ϕ 50, 32k内貼りの場合

この時の壁面の比音響アドミッタンス ($\beta = r + i\sigma$) の測定結果を図-4.10に示した。測定方法は次のとおりである。空間隅角部でインパルス音を発生させ、他の隅角部で残響音のスペクトルを測定した。この時の共鳴周波数の実測値 (ω_N) と剛壁時の共鳴周波数の計算値 (ω_{ON}) のずれから、式

(4.88)によりsusceptance (σ) を計算した。

$$\sigma = \frac{V}{2c\omega_N(e_{nx}S_x + e_{ny}S_y + e_{nz}S_z)}(\omega_0^2 - \omega_N^2) \quad (4.88)$$

ここで、 V ; 空間の容積 (m^3) c ; 音速

$$S_x = 2l_y l_z, \quad S_y = 2l_x l_z, \quad S_z = 2l_x l_y$$

$$e_{nx(y,z)} ; \text{各方向に関して } n=0 \text{ で } 1/2, \quad n \neq 0 \text{ で } 1$$

次に、実測空間の残響分析により平均吸音率 (α) を算出し、local reactivity を仮定して得られる以下の式³¹⁾、

$$\alpha = 8\gamma \left\{ 1 - \gamma \ln \left[1 + \frac{2\gamma + 1}{\beta^2} \right] + \frac{\gamma^2 - \sigma^2}{\sigma} \tan^{-1} \left[\frac{\sigma}{\beta^2 + \gamma} \right] \right\} \quad (4.89)$$

の α と σ を用いて conductance (γ) を計算した。このアドミッタンスと平均吸音率の関係を示すと表-4.6の通りとなり、アドミッタンスの値が小さいときは $\alpha \approx 8\gamma$ が成立する。

表-4.6 平均吸音率と音響比音響アドミッタンスの関係

suscep- tance (σ)	conductance (γ)				
	0.001	0.010	0.025	0.050	0.100
0.00001	0.008	0.073	0.168	0.297	0.489
0.01	0.008	0.073	0.167	0.297	0.489
0.05	0.007	0.070	0.163	0.292	0.484
0.10	0.007	0.065	0.154	0.280	0.471
0.50	0.006	0.056	0.134	0.249	0.431

式(4.88)は、fairly hardの時に成立する式であるので、壁面Aの場合は問題がないが、壁面Bの場合には式(4.88)に相当する式が得られないので、ここでは壁面Bの場合も式(4.88)を用いて計算した。なお、この式および測定結果は、壁面がボード状の仕上げの場合にはsusceptanceがマイナスの値となり、共鳴周波数が高い方に変化し、多孔質材などの表面ではsusceptanceがプラスとなり共鳴周波数が低い方に変化することを表している。

これらconductanceとsusceptanceの実測結果をもとに、他の文献^{32), 33), 34)}に見られる周波数特性を考慮して、図-4.10内に示す回帰式を決定し、その回帰式により得られる値を固体音の解析に用いている。

4.4.2 ピストン振動音源の場合

実験装置の概要を図-4.11に示した。ピストン振動板の大きさは、寸法比で壁面の1/5程度であるので、この場合には解析上の境界条件の相異は無視し得るものと考えられる。なお空間内の音圧は、ピストン振動板の振動加速度により規準化されているので、得られる結果は空間の周波数応答関数である。図-4.16は、ピストン振動板上に測定点9点を設置し、1点を基準として他の8点の位相差を測定した結果であるが、概ね700Hz程度までピストン振動が実現できている。

実験結果と解析結果の比較を図-4.12~4.15に示した。まず図-4.12の壁面がかなり硬い場合(壁面A)の結果では、実測値と解析値は極めてよく一致している。オクターブバンドレベルでの比較では、殆どの結果が1 dB未満の誤差に納まっており、またスペクトルでの結果においても、周波数、レベルとも殆ど差が見られない結果となっている。なお、隅角部の125Hz帯域で誤差が大きくなっているが、これはスペクトルの結果を見れば明らかなように、模型残響空間の特性ではなく、壁材料の石膏ボードの遮音不足から、実験装置が置かれている室空間のモードが現れてしまったものであり、本来は解析結果のようになだらかな特性となるべきものである。この場合にはオクターブバンドレベルの値もほぼ一致すると見ることができる。

図-4.13の壁面B(吸音性壁面)の場合にも、実測値と解析値は良く一致している。ただし、壁面Aの場合と較べて誤差がやや大きくなっているが、この理由としては、

- 1) 壁面のアドミッタンスの測定精度が粗いこと
- 2) アドミッタンスの計算式にfairly hardの

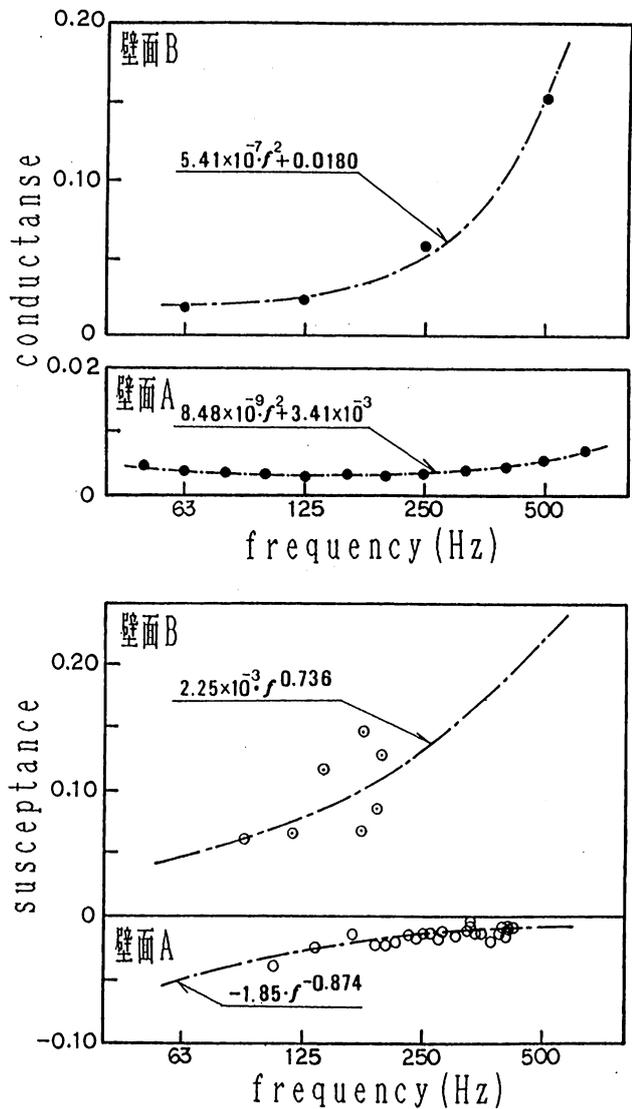


図-4.10 模型壁面のconductance、susceptanceの測定結果

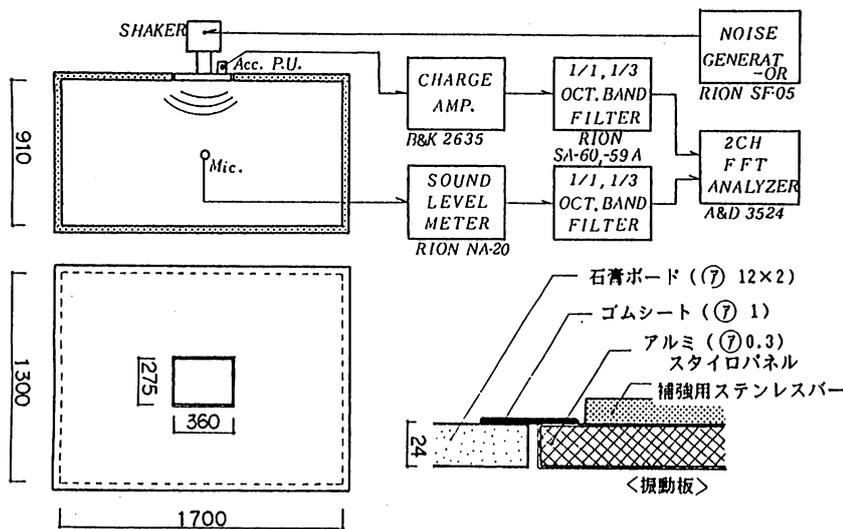


図-4.11 ピストン振動音源に関する実験装置、方法の概要

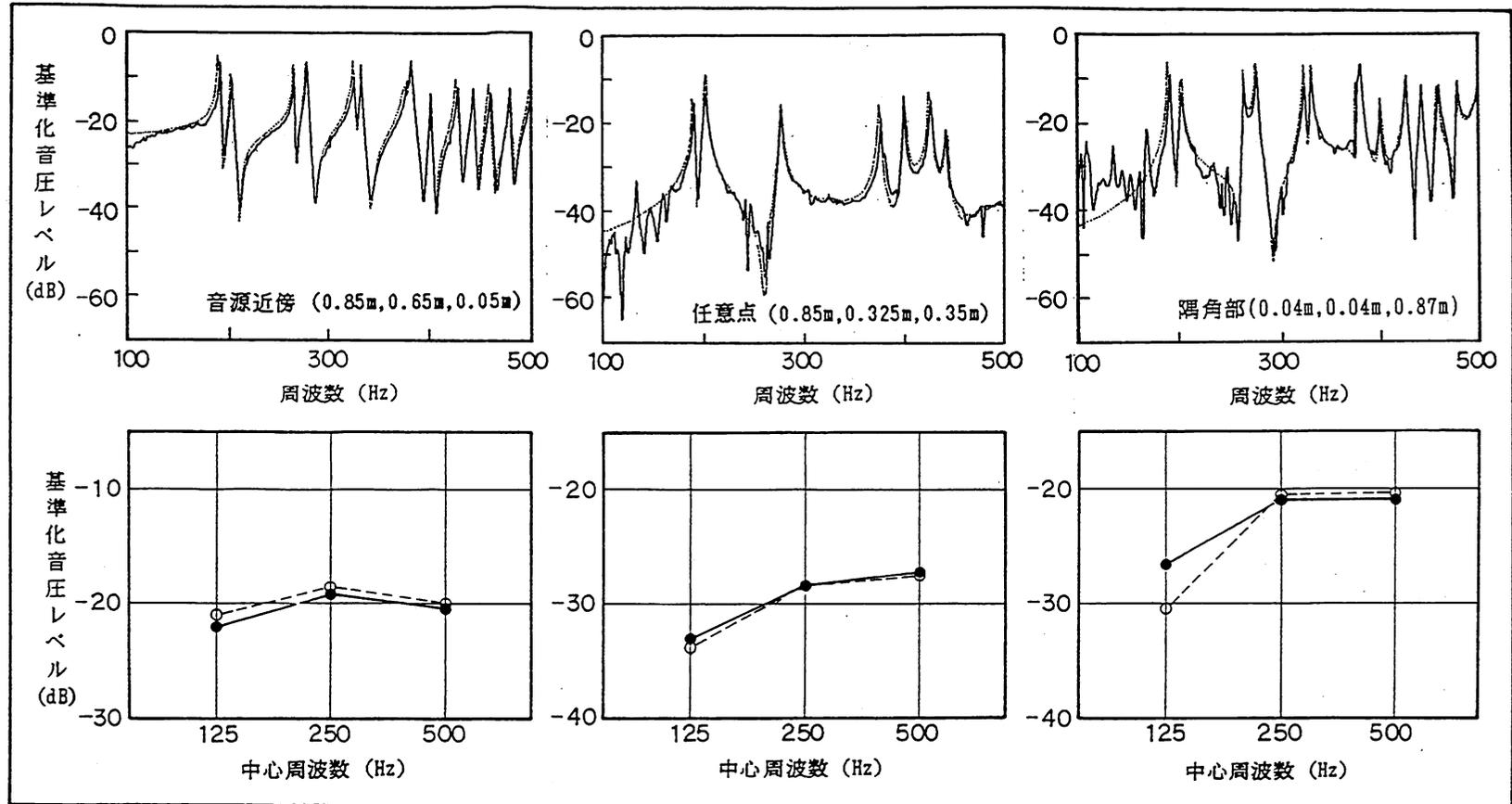


図-4.12 実験結果と解析結果の比較 [壁面A ; fairly hardの場合]

(実戦は実測値、波線・点線は解析値)

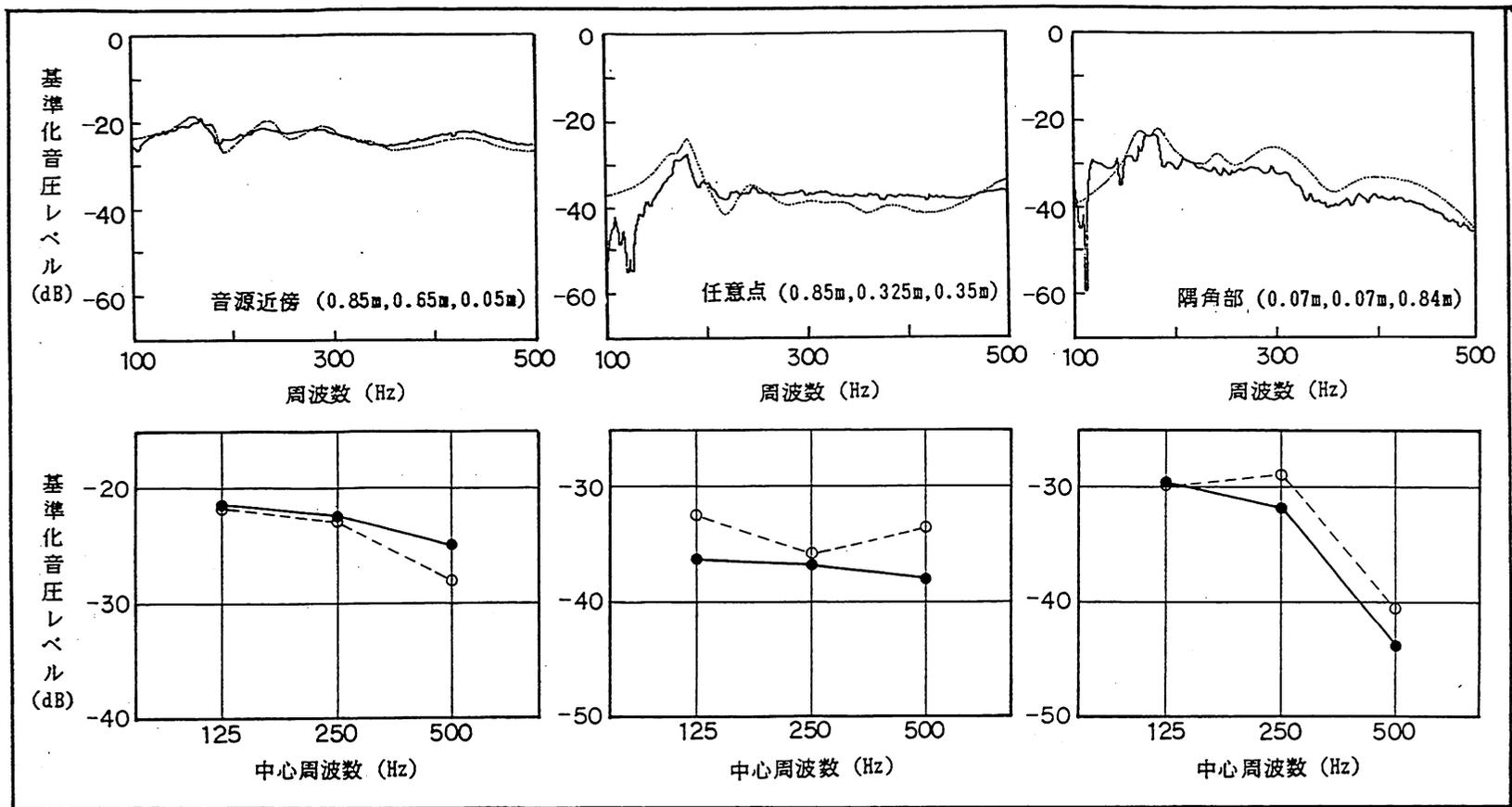
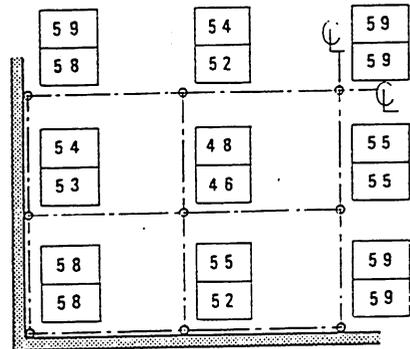
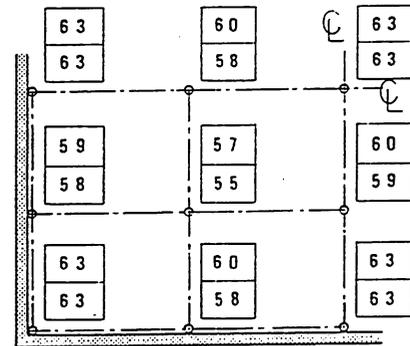


図-4.13 実験結果と解析結果の比較 [壁面B ; 吸音性壁面の場合]

(実線は実測値、波線・点線は解析値)

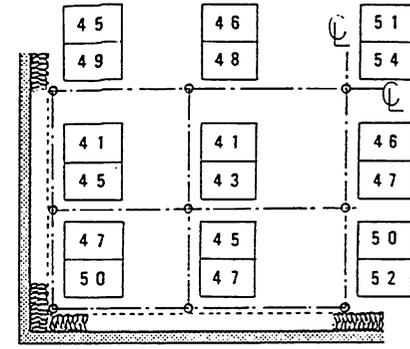


250Hz (Z=0.35 面) (上段; 実測値
下段; 計算値)

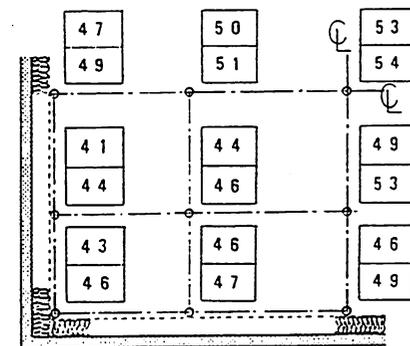


500Hz

図-4.14 平面分布における実験結果と解析結果の比較
[壁面A; fairly hardの場合]



250Hz (Z=0.35 面) (上段; 実測値
下段; 計算値)



500Hz

図-4.15 平面分布における実験結果と解析結果の比較
[壁面B; 吸音性壁面の場合]

式を用いていることが挙げられ、アドミッタンスの測定データが正確に与えられれば、壁面Aの場合と同程度に良い一致度が得られると考えられる。この実験結果においても、スペクトルの周波数特性の傾向は良く一致しており、解析方法の妥当性は十分に示されていると言える。また、図-4.14、図-4.15は、実験結果と解析結果の比較を平面分布について示したものであり、各々よく一致した結果が得られている。

以上の結果により、本報告での計算方法を用いることにより、壁面の一部がピストン振動することにより生じる固体音を、壁面吸音条件の制限を受けずに精度良く解析することが可能であると言える。

4.4.3 衝撃振動音源の場合

直方体空間を構成する壁面のうちの一面全体が衝撃により曲げ振動する場合について実験を行った。実験装置の概要を図-4.17に示した。衝撃源としては、テニス硬球の自由落下衝撃を用い、音源面を仮想的に 8×10 分割した計80点で振動測定を行った。測定した加速度波形を、時間ピッチ $\Delta t = 0.39$ (msec)、サンプリング数 $N = 1024$ でAD変換し、FFT変換の後、式(4.63)~(4.65)を用いて空間音圧を計算した。

壁面の吸音条件は、かなり硬い場合とした。この時のconductance, susceptanceの値はピストン振動の場合と同じであり、音圧測定点もこれに準じた。なお、振動音源面は防振ゴムを介して他の壁面上に設置されており、空間音圧に対して音源以外の壁面の振動が影響していないことは、振動測定により確認されている。

表-4.7は、衝撃源および衝撃方法の再現性を確認するため、15回の衝撃に関して同一測定点での加速度レベルおよび音圧レベルのバラツキを調べたものである。各結果には殆ど変化は見られず、極め

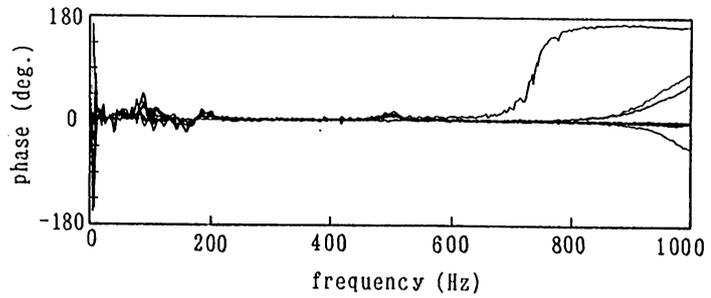


図-4.16 ピストン振動板各部の位相差測定結果

表-4.7 衝撃試験時のデータのバラツキ (衝撃回数15回)

内容	オクターブバンド中心周波数 (Hz)					
	31.5	63	125	250	500	1000
RANGE (dB)※	0.27	0.36	0.14	0.26	0.38	1.00
標準偏差	0.08	0.11	0.04	0.07	0.12	0.23

※最大値 - 最小値

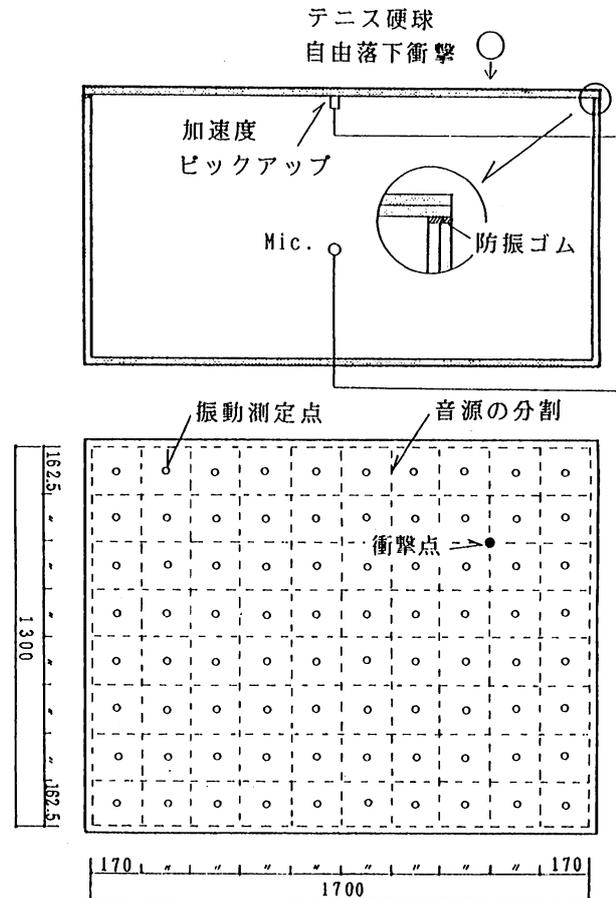


図-4.17 不規則振動音源の場合の実験装置と音源面の仮想分割

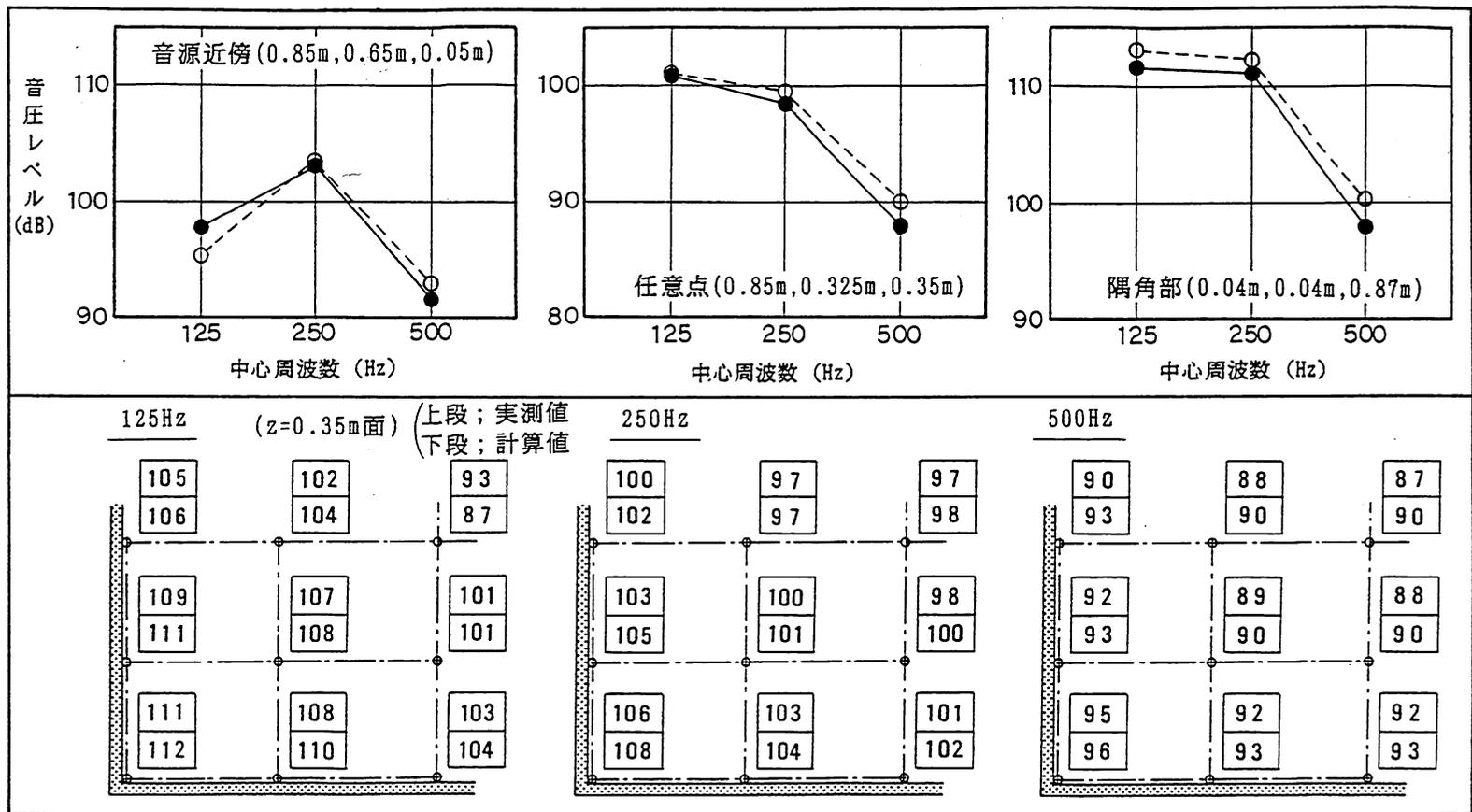


図-4.18 不規則振動音源の場合の実験結果と解析結果の比較 [壁面A ; fairly hardの場合]

(実線は実測値、波線は解析値)

て安定している。

図-4.18は、代表点3点のオクターブバンドレベルの周波数特性の解析結果と実測結果の比較と、平面分布での比較である。いずれの結果も、ほぼ実用精度上十分な一致を示しており、解析方法の妥当性と適用性を立証したものとなっている。板の曲げ波長と音源面の分割の関係では、250Hz帯域がほぼ離散化の限界となるが、今回の結果では500Hz帯域でも良く一致した結果となっている。これは、各スペクトルの誤差がオクターブバンドレベルの合成で相殺された結果であると考えられるが、あらゆる条件下で必ず相殺されるとは限らないため、音源面の離散化において、これに期待することは危険である。

4.5 壁面比音響アドミッタンスの空間音圧への影響検討

直方体空間へ音響放射が行われる固体音問題に対して、波動関数を用いた計算により空間音場を精度良く推定できることは既に述べた。ここでは、実際の集合住宅等の居室を想定して、直方体空間を構成する壁面の比音響アドミッタンス値の条件が、空間音圧の決定にどの程度の影響を与えるかを明確にする。

4.5.1 集合住宅居室での壁面比音響アドミッタンスの実測例

居室での平均吸音率に関しては、これまで多くの実測例が報告されており、その値は、概ね $\alpha=0.1\sim 0.2$ 程度であると言われている。しかし、壁面比音響アドミッタンスデータは、ごく一部の材料を除き殆ど知られておらず、まして集合住宅の居室の壁面に関するデータ、すなわちボード壁や天井、襖、畳、サッシ窓などの内装材のデータは全く見あたらない。これは、現在まで内装材の壁面比音響アドミッタンスを現場測定する方法が無いことから当然と言える。この壁面比音響アドミッタンスの現場測定法については、今後検討を要する問題であるが、ここでは、各壁面毎の比音響アドミッタンスではなく、全壁面に関する平均比音響アドミッタンス($\bar{\beta}$)の測定結果を示し、居室における壁面比音響アドミッタンスの概略値と傾向を提示する。

壁面の比音響アドミッタンスの平均値は、壁面がかなり硬いとみなせる場合には、空間の周波数応答関数の測定結果から求められる。ここでの、アドミッタンス β の γ (コンダクタンス)と σ (サスセプタンス)の算出方法は、次の通りである。

- 1) σ : 各モードの共鳴周波数の剛壁条件の時の計算値からのずれにより式(4.88)を用いて算出する。
- 2) γ : 各モードのピーク部分にピーク3点法³⁵⁾を適用して減衰定数 h を求め、これより式(4.90)より α を算出し、式(4.89)で γ を決定する。

$$h_N = \frac{k_N}{\omega_N} = \frac{c \alpha S}{8V \omega_N} \quad (4.90)$$

ただし、ここでの測定は、音源として風船破裂音を用いたものであり、厳密には周波数応答関数とは言えない。また、別の項で詳述するが、共鳴周波数のピーク部分に関しても、他のモードの成分が含まれることになり、単独モードの場合とは厳密には異なる。しかし、減衰の分析に関しては、単一モードの結果を他のモードの影響分だけ平行移動したものに近いとみなされ、したがってピーク3点法等を用いても減衰定数の算出には問題ないと言える。

図-4.19は、集合住宅の居室、計20室での平均比音響アドミッタンスの測定結果である。測定は、内装完成後の入居前の状態で行われたものである。コンダクタンスの結果に関しては、いずれの結果もほぼ同様の値と傾向を示し、際だった特徴は認められない。一方、サスセプタンスに関しては、若干の特徴が表れている。例えば、和室と洋室(フローリング)の結果と較べると、和室では周波数特性がなくほぼ平坦で、値はほぼ ≈ 0.05 近辺に分布している。洋室(フローリング)の場合には、低周波

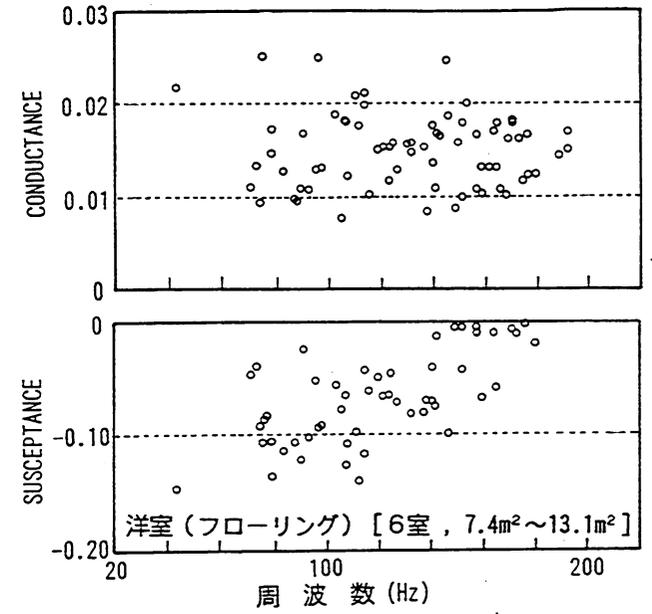
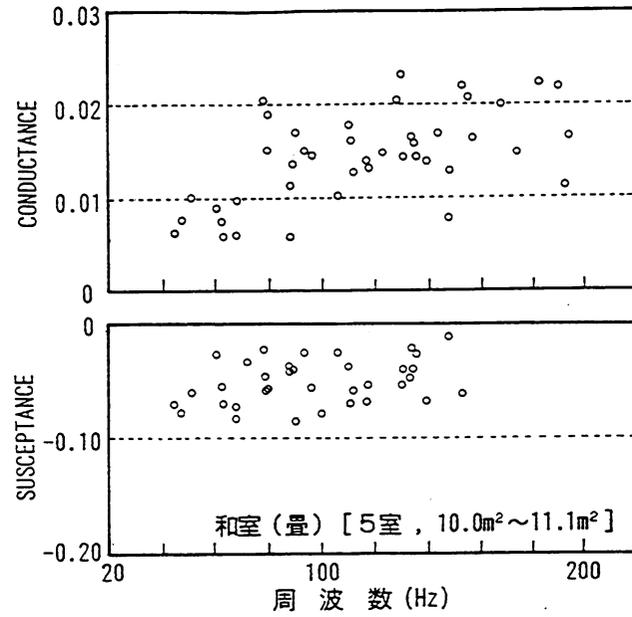
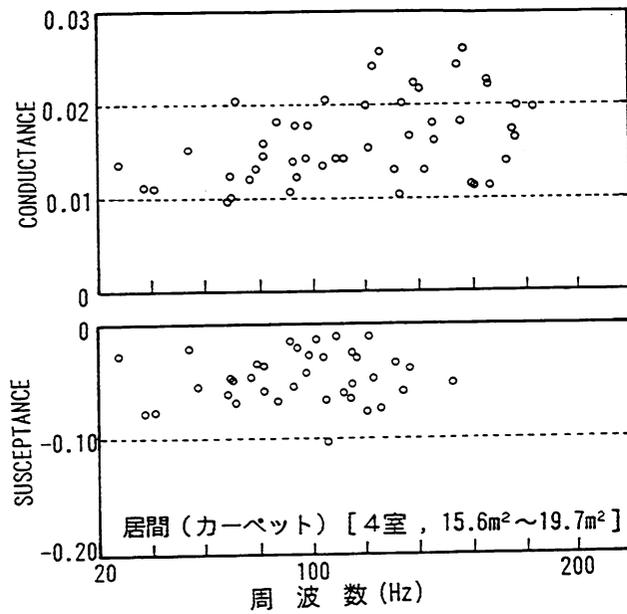


図-4.19 集合住宅における平均比音響アドミッタンスの実測結果

数域で値が大きく、周波数が高くなるに応じて σ の値が小さくなる傾向を示している。これは床仕上げのフローリングの板振動による影響が表れているものと考えられ、値も-0.15程度のものが表れている。この測定結果の精度自体は明確とは言えないが、 σ の値に関しては、共鳴周波数のシフト量から算出されたものであるから、低次モード（低周波数域）での結果は比較的信頼性が高いといえる。

ここでの測定結果より、集合住宅の居室での壁面比音響アドミッタンスの特徴として、

- 1) コンダクタンス値は、低周波数領域において概ね0.01~0.02程度の値となる。
- 2) サスセプタンスは、殆どの場合マイナスの値を示し、その値は0~-0.10程度となる。床の仕上げが、フローリングなど板振動の影響が大きく表れるものでは、サスセプタンスの値が低次モードにおいて-0.15程度になることもある。

4.5.2 壁面比音響アドミッタンス条件の分布の影響と平均値計算による誤差

直方体空間の音場を計算する場合に、壁面の比音響アドミッタンスの平均値をもちいて計算した場合にどの程度の差を生じるかを数値計算により検討した。各壁面に個別の吸音率を設定して計算した場合と、幾何音響的にそれらの平均吸音率を用いて計算した場合では、個々の測定点での応答は厳密には差を生じることになり、これに関連した報告³⁶⁾も観られる。ここでは、吸音率を用いるのではなく、比音響アドミッタンスを用いてこの影響を検討するとともに、直方体空間内の平均音圧レベルに対する影響を比較検討する。

計算条件は以下の通りである。

- ・空間寸法：3.6m×2.75m×2.1m
- ・音源寸法：0.10m×0.10m
- ・音源位置：(x, y, z) = (1.8m, 1.375m, 0.0m)
- ・計算モード数： $n_x \times n_y \times n_z = 16 \times 14 \times 10 = 2240$
- ・計算周波数帯：31.5, 63, 125, 250, 500Hz（バンドフィルターの遮断特性は図-4.20の通り）

計算のための比音響アドミッタンス条件は、図-4.21および表-4.8の通りであり、音源の対面壁のみを吸音性とした場合と、音源の両側の壁を吸音性とした場合、および全壁面の条件が等しいものの3ケースについて計算した。吸音性の壁面以外の面はかなり硬い壁の条件になっている。各壁面の比音響アドミッタンスを壁面積で平均した値は、いずれも等しくなるように設定されている。

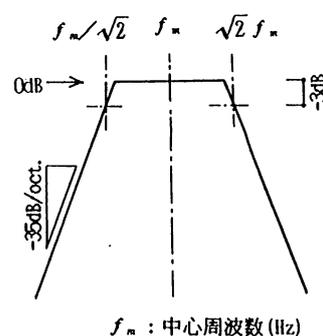
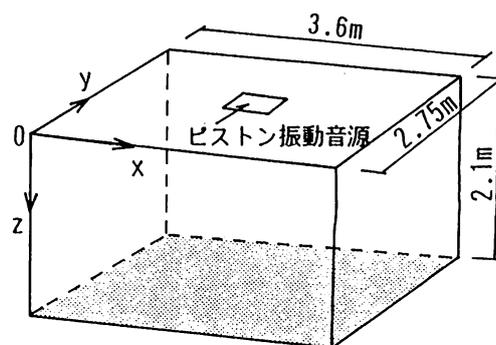
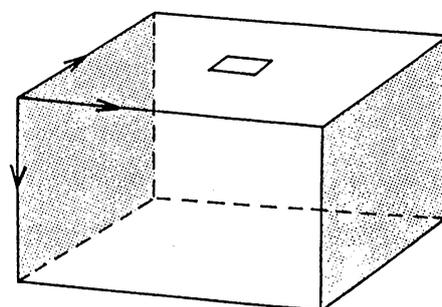


図-4.20 計算に用いたバンドパスフィルターの遮断特性



1) 音源対面壁が吸音性の場合



2) 音源側面の2面が吸音性の場合

図-4.21 比音響アドミッタンスの分布の影響の計算条件

表-4.8 壁面比音響アドミッタンスの計算条件

壁面条件	壁面比音響アドミッタンス		平均比音響 アドミッタンス
	吸音性壁面部分	その他の壁面部分	
(イ) 音源対面が吸音性	(0.05 , 0.10) 9.9m ²	(0.005, 0.0) 36.57m ²	(0.146, 0.0213)
(ロ) 音源側面が吸音性	(0.044, 0.086) 11.55m ²	(0.005, 0.0) 35.02m ²	〃
(ハ) 全壁面均一条件	(0.0146, 0.0213) 46.47m ²		〃

表-4.9(a), (b)はこれらの計算結果である。空間平均値および隅各部付近の計算点の結果とも、いずれの条件でもほぼ等しく、その差は1dBにも満たない程度である。計算条件でのかかなり硬い壁と吸音性の壁の条件は、通常の居室での場合よりかなり強調された条件であると言えるが、それでも結果には殆ど差が認められない。したがって、通常の居室を対象にした計算では、各壁面の条件が不明な場合でも、全壁面比音響アドミッタンスの平均値を用いた計算で十分な精度が得られることになる。

表-4.9(a) 吸音面配置の影響の計算結果(空間平均値の結果)

壁面条件	中心周波数 (Hz)				
	31.5	63	125	250	500
(イ) 音源対面が吸音性	68.6	79.6	87.3	92.9	95.3
(ロ) 音源側面が吸音性	68.5	79.8	87.3	92.8	95.3
(ハ) 全壁面均一条件	68.6	80.0	87.6	93.0	95.3

表-4.9(b) 吸音面配置の影響の計算結果(隅角部付近の結果)

壁面条件	中心周波数 (Hz)				
	31.5	63	125	250	500
(イ) 音源対面が吸音性	70.7	82.2	88.2	93.5	95.1
(ロ) 音源側面が吸音性	70.8	82.6	88.4	93.9	95.2
(ハ) 全壁面均一条件	70.7	82.6	88.6	93.7	95.1

4.5.3 吸音率を用いた計算と壁面比音響アドミッタンスを用いた計算の差異

吸音の程度を表す物理量である吸音率は実数であるが、壁面比音響アドミッタンスは複素量である。両者には、すでに示した式(4.89)の関係がある。式(4.89)から明かなように、比音響アドミッタンスの実数部であるコンダクタンスは、吸音率と直接に対応する量であるため、その影響は吸音率と同様の働きを持つと言える。一方、虚数部であるサスセプタンスの空間音場に対する影響は、式(4.89)からは必ずしも明確ではない。また、サスセプタンスの絶対値が等しい場合でも、ボード状の吸音材ではサスセプタンスの値はマイナスとなり、多孔質系の吸音材ではプラスとなる。これらの材料自体の差が空間音圧に与える影響も不明である。これらの点に関して、ここでは数値計算による検討を行っている。

表-4.10 計算比音響アドミッタンスの設定と平均吸音率

平均吸音率	比音響アドミッタンス β	
	γ	σ
0.15	0.022	0.00
	0.023	-0.06
	0.025	-0.12
	0.025	0.12
	0.030	-0.24

計算条件は表-4.10の通りであり、空間条件、音源条件などは4.5.2章と同じである。吸音条件に関

しては、式(4.89)により、平均吸音率は同一であるが、サスセプタンスの値が異なるように5例の条件を設定した。サスセプタンスの変化に応じて、コンダクタンスの値も若干変化する。平均吸音率は、通常の居室の条件に近い $\alpha=0.15$ とした。 $\sigma=0.12$ の場合には、符号がマイナスとプラスの場合について比較検討した。吸音条件は各壁面とも等しい均一条件としている。また、一般的な居室では、図-4.19の実測例に示すように、 σ の最大値は-0.15程度であるが、これよりかなり大きい $\sigma=-0.24$ の場合も参考に計算した。

空間平均音圧の計算結果と、隅角部付近での音圧の計算結果を図-4.22に示した。図では、表-4.10のNo.(1) ($\sigma=0$)の条件の結果を0として規準化して示している。隅角部付近の結果では、63Hz, 125Hzでかなり大きな差を生じており、500Hz程度になると1dB未満のわずかな差にまで収束している。空間平均値の結果の場合でも、63Hzにおいて $\sigma=-0.12$ で-3.3(dB)、 $\sigma=0.12$ では1.9(dB)の差となっており、無視できないかなり大きな差を生じている。250Hz, 500Hzになると、 $\sigma=-0.24$ の場合を除き殆ど差のない結果に収束している。一般的な居室の σ の値を-0.15以下と考えると、これらの結果は、たとえ同じ吸音率であっても31.5Hz, 63Hz, 125Hzの低音域の帯域では、空間音圧に大きな差を生じることがあることを示している。63Hzの結果では、 σ の符号、すなわち多孔質系の吸音材とボード状の吸音材では、おなじ吸音率でも5dBの差を生じることになる。したがって、これらの帯域で性能を評価する項目では、単に吸音率のデータだけでは不十分であり、比音響アドミッタンスのデータ、とくにサスセプタンスの値を正確に評価することが不可欠となる。また、空間音場の計算においても、比音響アドミッタンスを用いた計算が必要であるといえる。モード密度が大きくなる高周波数域では、これらの比音響アドミッタンスの差による影響は殆ど見られず、吸音率による評価でも十分となる。同様に、室の空間が大きくなる場合には、相対的にモード密度が高くなることから誤差は小さくなると考えられる。

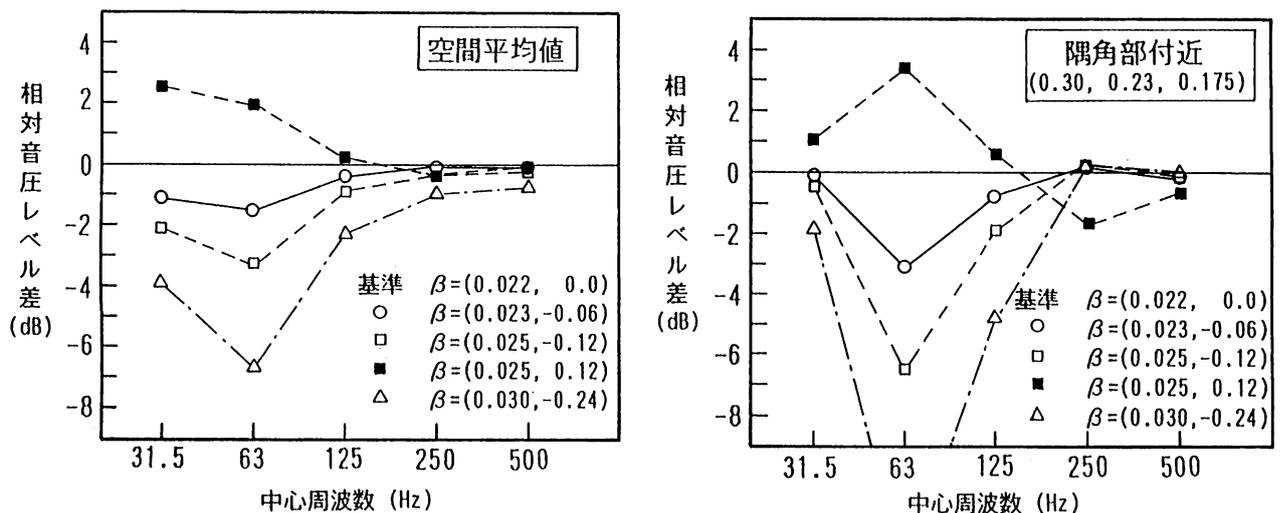


図-4.22 同一吸音率におけるサスセプタンス値の空間音圧への影響

4.6 検討結果のまとめ

波動関数を用いた直方体空間での固体音計算方法に関して、数値計算による検討および実験による検証の結果、以下のことが明らかとなった。

- 1) 数学的厳密性の観点からは、振動音源部分の境界条件の相異により、固体音問題に対して波動関数解を適用することはできないが、実際には、この相異が計算結果に及ぼす影響は無視し得る程度であるため、実用的計算方法として、この方法を適用することは可能である。
- 2) 計算に用いる空間固有値や基準化因数に関して、壁面がかなり硬い場合の式が用いられることが多いが、これらの式は壁面の吸音条件や計算周波数、空間寸法などの条件により、明確に評価できない誤差を含むことになるため、一般的な居室での計算にこれを用いるのは好ましくない。当報告で示した逐次近似解のような、無条件かつ厳密に求められた値を用いて計算されるべきである。
- 3) 音源が不規則振動している場合には、音源部分を面的に細かく分割し、その各々をピストン振動音源とみなして計算を行う離散化手法を用いる必要があるが、この離散化による誤差を実用精度内に納めるためには、対象となる音源振動の半波長に対して4分割以上とすることが必要である。この時、対象となる空間音圧の音の波長は、この離散化誤差には殆ど影響しない。
- 4) 当研究で示した波動関数解を用いた固体音の計算方法に関して、ピストン振動音源および曲げ振動音源について模型実験による検証を行ったが、いずれの場合も計算値と実験値は極めて良く一致し、当方法の妥当性が示された。
- 5) 居室程度の極端に大きくない室では、居室内の音圧は、壁面全体の平均比音響アドミッタンスによって決定され、各面個々の値には影響されない。したがって、この値が得られれば予測手法として充分であるが、この平均値を正確に求めるためには、個々の材料に関するデータの蓄積が不可欠となる。
- 6) 居室程度の極端に大きくない室の低音域では、たとえ同じ平均吸音率であっても、サセプタンスの値すなわち内装材の種類によって音圧（平均音圧も変化）が変化するため、壁面比音響アドミッタンスに基づく計算が必要である。

以上の結果より、当研究方法の適用により、建築物床版の固体音問題を精度良く予測評価を行えることが示されたと言えるが、実際の適用に際しては、各種居室あるいは内装のアドミッタンスデータが必要となる。現在、この種のデータは殆ど整備されておらず、今後いかなる方法で、あるいは、どのような評価・分類で、これらデータの十分な蓄積を行い得るかということが、今後の大きな課題であるといえる。